

# 1ºBTO - Matemáticas 1 - Refuerzo estival

1. Racionaliza las siguientes expresiones:

a.  $\frac{1}{2\sqrt{x}}$                       c.  $\frac{x+1}{\sqrt{x+1}}$   
 b.  $\frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{2}}$                       d.  $\frac{\sqrt{x}}{2-2\sqrt{x}}$

2. Simplifica las siguientes expresiones:

a.  $\frac{x+1}{x^2-2x} + \frac{1}{x} - \frac{2}{x-2}$                       f.  $\frac{4x^3-9x}{6x^2+3x-18}$   
 b.  $\frac{\sqrt{x+1} - \frac{1}{\sqrt{x+1}}}{\sqrt{x+1}}$                       g.  $\frac{2^x + \frac{1}{2^{1-x}}}{\frac{1}{2^{1-x}} - 2^x}$   
 c.  $\frac{\frac{1}{x-1} + 1}{1 - \frac{1}{x+1}}$                       h.  $\frac{1-x^2}{x^2-2x+1}$   
 d.  $\frac{\frac{x+2}{x^2-1}}{\frac{x-1}{x+1}}$                       i.  $\frac{2^x \cdot 6^{x-1}}{4^{x-2}}$   
 e.  $\frac{2x^3-3x^2+1}{2x^2-x-1}$                       j.  $\sqrt[3]{x\sqrt{x}\sqrt{x}}$

3. Pasa las siguientes expresiones a forma logarítmica:

a.  $A = \frac{10}{x\sqrt{y}}$                       c.  $C = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$   
 b.  $B = \sqrt{10x^3}$                       d.  $D = xe^{x+1}$

4. Pasa las siguientes expresiones a forma algebraica:

a.  $1 - \log x = 2 \log y$   
 b.  $\frac{\log(x+1)}{3} = 2 + \frac{1}{2} \log y$

5. Conociendo que  $\log 2 \approx 0,3$  calcula el valor de los siguientes logaritmos:

a.  $\log 8$                       e.  $\log 0,25$   
 b.  $\log \sqrt[3]{2}$                       f.  $\log 50$   
 c.  $\log 20$                       g.  $\log_2 10$   
 d.  $\log 0,2$                       h.  $\log_8 200$

6. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a.  $3x^4 + 5x^3 - 2x^2 = 0$   
 b.  $6x^4 - 5x^3 - 14x^2 - x + 2 = 0$   
 c.  $x^4 + x^2 - 2 = 0$   
 d.  $4x^5 + 3x^3 - x = 0$   
 e.  $\frac{x}{x^2-1} + \frac{x-1}{x^2+x} - \frac{x+1}{x^2-x} = 0$

7. Factoriza los siguientes polinomios:

a.  $P(x) = x^3 - 3x + 2$   
 b.  $Q(x) = 6x^4 + 7x^3 - 3x^2$   
 c.  $R(x) = 6x^3 - 5x^2 - 3x + 2$   
 d.  $S(x) = 6 - x - 26x^2 + 25x^3 - 6x^4$

8. Resuelve las siguientes ecuaciones radicales:

a.  $x - \sqrt{x+1} = 1$                       c.  $\sqrt{x+4} - \sqrt{x-4} = 2$   
 b.  $\sqrt{x} + \sqrt{x+3} = 3$                       d.  $\sqrt{x^2+1} - x = 2$

9. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

a.  $3^x + 3^{x-1} + 3^{x+1} = 13$   
 b.  $2^{2x+1} - 17 \cdot 2^x + 8 = 0$                       d.  $4^x - 7 \cdot 2^x + 10$   
 c.  $9^{x+1} + 24 \cdot 3^{x-1} - 1 = 0$                       e.  $\frac{2^{x-1} + 2^{x-2}}{7-2^{x-3}} = 1$

10. Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

a.  $\log x + \log(3x-2) = 0$   
 $x = 1$   
 b.  $\log x + \log(3x+13) = 1$   
 $x = \frac{2}{3}$   
 c.  $\log(x+1) + \log(x-2) + 1 = 0$   
 d.  $2 \log x + \log(x^2-21) = 2$

11. Discute los siguientes sistemas y resuélvelos cuando sea posible:

a.  $\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x - y + z = 3 \\ x - 2y + 2z = 1 \end{cases}$                       d.  $\begin{cases} 2x + y - 2z = 4 \\ 3x - y + z = -2 \\ 5x + 2y - 3z = 5 \end{cases}$   
 b.  $\begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ 2x - y + z = -1 \\ 2x + y - z = 2 \end{cases}$                       e.  $\begin{cases} 2x - y + z = 4 \\ x + 2y - 3z = -3 \\ 3x + y - 2z = 1 \end{cases}$   
 c.  $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - y + z = 5 \\ 3x - 3y + z = 7 \end{cases}$

12. Un equipo de fútbol ha conseguido 25 puntos en 11 partidos, si tiene 5 victorias más que empates y derrotas juntos, ¿cuántos partidos ha ganado, empatado y perdido?

NOTA: El equipo recibe 3 puntos por victoria, 1 por empate y 0 por derrota

13. En una competición escolar compiten los tres grupos de 1º de bachillerato de un colegio. La dirección decide premiar con 2€ a cada uno de los alumnos del grupo ganador y con 1€ a los demás alumnos. Si gana 1ºA el colegio se gasta 88€, si gana 1ºB el gasto es de 97€ y si gana 1ºC de 103€. ¿Cuántos alumnos hay en cada grupo?

14. La suma de las tres cifras de un número es 17. Si se intercambian las cifras de las unidades y las centenas el número aumenta en 99, si se intercambian las de las unidades y las decenas el número aumenta en 54. ¿De qué número se trata?

15. Alfredo, Benito y Carlos están pintando las paredes de una nave industrial. El lunes Alfredo trabajó solo la mitad de la jornada y se pintaron 30 m<sup>2</sup> de pared, el martes fue Benito el que faltó la mitad de la jornada y se pintaron 28 m<sup>2</sup>, el miércoles le tocó librar media jornada a Carlos y se pintaron 27 m<sup>2</sup>. Si cada pintor trabaja siempre al mismo ritmo ¿cuánto pintó cada uno?

16. Resuelve las siguientes inecuaciones:

- a.  $\frac{x-2}{4} + \frac{x}{2} < 1 - \frac{2x-3}{3}$       f.  $\frac{x^2-4}{x+1} > 0$
- b.  $x^2 - 5x - 6 \geq 0$       g.  $\frac{x^2-2x}{x^2+1} > 0$
- c.  $x^3 - x^2 + x - 1 < 0$       h.  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} < \frac{2}{x^3}$
- d.  $x^3 - 2x^2 \geq 0$       i.  $|x-1| > 2$
- e.  $\frac{x+1}{x-2} \leq 0$       j.  $|4-2x| \leq 4$
17. Calcula el valor de las siguientes razones trigonométricas:
- a.  $\operatorname{sen} 120^\circ$       e.  $\operatorname{sec} 2385^\circ$
- b.  $\operatorname{cos} 225^\circ$       f.  $\operatorname{cot}(-1530^\circ)$
- c.  $\operatorname{tan} 300^\circ$       g.  $\operatorname{sen} \frac{3\pi}{4}$
- d.  $\operatorname{cosec}(-150^\circ)$       h.  $\operatorname{cos} \frac{5\pi}{6}$
18. Halla el resto de razones trigonométricas en los siguientes casos:
- a.  $\operatorname{sen} \alpha = \frac{1}{3}, \quad 0 < \alpha < 90^\circ$
- b.  $\operatorname{tan} \beta = -\frac{\sqrt{5}}{4}, \quad \frac{\pi}{2} < \beta < \pi$
- c.  $\operatorname{sec} \gamma = \frac{3}{2}, \quad 180^\circ < \gamma < 270^\circ$
19. Halla exactamente las razones trigonométricas de  $\alpha = 75^\circ$ .
20. Halla exactamente las razones trigonométricas de  $\alpha = 15^\circ$ .
- $\operatorname{sen} 15^\circ = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}, \operatorname{cos} 15^\circ = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}, \operatorname{tan} 15^\circ = 2 - \sqrt{3}$
21. Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:
- a.  $\operatorname{sen}(3x + \pi) = \frac{1}{2}$       d.  $\operatorname{sen}^2 x + \operatorname{cos} x = 1$
- b.  $\operatorname{cos}(\pi x + \frac{\pi}{2}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- c.  $\operatorname{tan} x = \operatorname{cos} x$       e.  $\operatorname{cos} x + \operatorname{sec} x = 2$
22. Resuelve los siguientes triángulos:
- a.  $a = 5u, b = 10u, \gamma = 60^\circ$
- b.  $\alpha = 45^\circ, \beta = 30^\circ, c = 10u$
- c.  $a = 10u, b = 5u, \beta = 30^\circ$
- d.  $a = 6u, b = 7u, c = 8u$
23. Situados a 100 m del pie de un barranco vemos la parte inferior de una torre situada sobre el bajo un ángulo de  $60^\circ$ , y la parte superior bajo un ángulo de  $63^\circ$ . ¿Cuál es la altura de la torre?
24. Doblamos un alambre recto de 10 cm formando un ángulo de  $120^\circ$ . Si sus extremos quedan a una distancia de 9 cm, ¿por qué punto lo hemos doblado?
25. Sabemos que las medidas de los tres lados de un triángulo son números consecutivos y que su ángulo mayor es  $82,82^\circ$ . Resuélvelo.
26. Dado el vector  $\vec{u} = (2, -1)$  halla:
- a. Un vector paralelo a  $\vec{u}$  de módulo  $5u$ .
- b. Un vector perpendicular a  $\vec{u}$  y unitario.
27. Los puntos  $A(3, 1), B(2, -1)$  y  $C(3, 2)$  son vértices consecutivos de un paralelogramo. Calcula las coordenadas del cuarto vértice y las de su centro.
28. Halla las ecuaciones general, continua y paramétrica de las siguientes rectas:
- a. la que pasa por los puntos  $A(1, -2)$  y  $B(3, 1)$
- b. la que pasa por el punto  $A(0, 1)$  y es paralela a  $s: 2x - y + 3 = 0$
- c. la que pasa por el punto  $A(-2, 1)$  y es perpendicular a  $s: x + 3y - 2 = 0$
29. Calcula el ángulo de la recta  $r: 2x - 3y + 2 = 0$  a:
- a. la recta  $s: 2x - y + 1 = 0$
- b. la recta  $y = 2$
- c. el eje de ordenadas
30. Calcula la distancia entre los siguientes elementos:
- a. los puntos  $A(-3, 2)$  y  $B(1, -1)$ .
- b. el punto  $A(3, -1)$  y la recta  $r: \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{3}$
- c. las rectas  $r: 2x + y - 1 = 0$  y  $s: 2x - y + 1 = 0$
- d. las rectas  $r: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1}$  y  $s: x + 2y + 3 = 0$
- e. las rectas  $r: x - 2y - 1 = 0$  y  $s: 2x - 4y + 3 = 0$
31. Calcula el ortocentro del triángulo de vértices  $A(1, 4), B(-1, 1)$  y  $C(3, 0)$ .
32. Calcula el circuncentro del triángulo de vértices  $A(1, 4), B(-1, 1)$  y  $C(3, 0)$ .
33. Calcula el baricentro del triángulo de vértices  $A(1, 4), B(-1, 1)$  y  $C(3, 0)$ .
34. Halla la ecuación de la bisectriz al triángulo de vértices  $A(-1, 1), B(1, -5)$  y  $C(5, -1)$  por el vértice  $A$ .
35. El punto medio del segmento formado por los puntos  $A(a, 3)$  y  $B(3, -a)$  está situado sobre la recta  $r: x - y - 1 = 0$ . Calcula dicho punto y el valor del parámetro  $a$ .
36. Los puntos  $A(2, 2)$  y  $B(6, 4)$  son los extremos del lado desigual de un triángulo isósceles, el tercer vértice está situado sobre la recta  $r: 3x - y + 1 = 0$ . Calcula las coordenadas de dicho vértice.
37. ¿Qué puntos de la recta  $r: x - 2y + 3 = 0$  tienen una distancia de  $\sqrt{10}u$  a la recta  $s: 3x + y - 1 = 0$ ?
38. Calcula el valor del parámetro  $\lambda$  que hace que las rectas  $r: x + \lambda y - 1 = 0$  y  $s: (\lambda - 1)x + 2y + 2 = 0$  sean:
- a. Paralelas.      b. Perpendiculares.
39. ¿Qué puntos de la recta  $r: 2x - y + 1 = 0$  forman un triángulo de área  $10u^2$  con los puntos  $A(-1, 2)$  y  $B(2, 6)$ ?
40. Discute el dominio de las siguientes funciones:

a.  $f(x) = x^2 - x$

b.  $f(x) = \frac{x+1}{x^2-x}$

c.  $f(x) = \sqrt{2x+1}$

d.  $f(x) = \sqrt{x^2+2x}$

e.  $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x-1}}$

f.  $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$

g.  $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}}$

h.  $f(x) = \ln(x^2 - x)$

c.  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x < 1 \\ x+1, & x \geq 1 \end{cases}$

d.  $f(x) = \sqrt{x+1}$

e.  $f(x) = \frac{x+1}{x^2-1}$

41. Discute la simetría de las siguientes funciones:

a.  $f(x) = x^2 - x$

b.  $f(x) = \frac{x^3-x}{x^2+1}$

c.  $f(x) = \sqrt{1-x^2}$

d.  $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$

e.  $f(x) = \sqrt[3]{x}$

f.  $f(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{sen} x}$

42. Representa las siguientes funciones, comprueba tus soluciones con la aplicación web *Wolfram Alpha*:

a.  $f(x) = \frac{x-|2x|}{x}$

b.  $f(x) = x^2 - |2x| - x$

c.  $f(x) = x \cdot |x+1|$

d.  $f(x) = |x^2 - 4| + 3x$

43. Calcula los siguientes límites:

a.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 1}{3x^3 - x^2}$

b.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{x^3 - 1}$

c.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{2x + 3}$

d.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + x}{1 - x^3}$

e.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+3)^2 - (x-1)^2}{4x+2}$

f.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (e^x + x^2 - 1)$

g.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$

h.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} + x}{2x - 1}$

i.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x + 1}{4^x - 1}$

j.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x-1} - \sqrt{x})$

k.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+1} - x)$

l.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2+3x} - 2x)$

m.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+1} + x}{x-1}$

n.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2-x} + 3x)$

ñ.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x+3}{x+1}$

o.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-x}{x+1}$

p.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x-2}$

q.  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2+1}{x-3}$

r.  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{(2-x)^2}$

s.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - x}{x-2}$

t.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - x}{\sqrt{x} - 1}$

u.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{\sqrt{x+1} - 2}$

v.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{3}{x}\right)^{x+1}$

w.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^{2x}$

x.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}$

y.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}\right)^{\sqrt{x}}$

45. Calcula el valor de los parámetros  $a$  y  $b$  para que las siguientes funciones sean continuas en  $R$ :

a.  $f(x) = \begin{cases} x+a, & x < -1 \\ 1, & -1 \leq x < 1 \\ x^2+b, & x \geq 1 \end{cases}$

b.  $f(x) = \begin{cases} x+a, & x < 0 \\ ax+b+1, & 0 \leq x < 1 \\ 3b, & x \geq 1 \end{cases}$

c.  $f(x) = \begin{cases} ax+b, & x < -1 \\ 1, & x = -1 \\ a-bx, & x > -1 \end{cases}$

46. Calcula las asíntotas de las siguientes funciones:

a.  $f(x) = \frac{1}{x-1}$

b.  $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$

c.  $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$

d.  $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-2x}$

e.  $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$

f.  $f(x) = \frac{x^3-1}{x^2+1}$

47. Calcula la derivada de las siguientes funciones:

a.  $y = \frac{(2x+1)^2}{4}$

b.  $y = \sqrt{(1-x)^3}$

c.  $y = \frac{2}{\sqrt[3]{1-2x}}$

d.  $y = \ln(1-x^2)$

e.  $y = e^{\sqrt{x}-1}$

f.  $y = 2^{1/x}$

g.  $y = \frac{x^2-1}{(x+1)^2}$

h.  $y = x^2(x-1)^3$

i.  $y = \frac{1}{e^x-1}$

j.  $y = \cos \sqrt{x}$

k.  $y = \frac{1-\cos x}{\operatorname{sen} x}$

l.  $y = \sqrt{x} \ln x$

m.  $y = \frac{1}{\cos x}$

n.  $y = \operatorname{tg}(1-x)$

ñ.  $y = e^{\operatorname{sen} x}$

o.  $y = \frac{x}{x^2-1}$

p.  $y = \ln \sqrt[3]{\frac{(x-1)^2}{2x}}$

q.  $y = \sqrt[3]{x}$

r.  $y = \left[\frac{x-1}{\sqrt{x+1}}\right]^4$

48. Estudia el dominio, las asíntotas, y el crecimiento de las siguientes funciones. Utiliza los resultados obtenidos y una tabla de valores para hacer un boceto de cada una de ellas. Comprueba tus resultados con la aplicación web *Wolfram Alpha* o cualquier otra:

a.  $y = x^4 - 4x$

b.  $y = 4x^3 - x^4$

c.  $y = \frac{x^2}{(x-1)^2}$

d.  $y = \frac{1}{x^2+1}$

e.  $y = \frac{x^3}{(x-1)^2}$

f.  $y = \frac{x^3}{x^2+1}$

44. Estudia la continuidad de las siguientes funciones:

a.  $f(x) = \begin{cases} x+1, & x < 0 \\ x^2, & 0 \leq x < 1 \\ 2-x, & x \geq 1 \end{cases}$

b.  $f(x) = \begin{cases} x+1, & x < 1 \\ x^2+1, & x > 1 \end{cases}$

## Soluciones

- 1a.  $\frac{\sqrt{x}}{2x}$  1b.  $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{2}}{x-2}$  1c.  $\sqrt{x+1}$  1d.  $\frac{\sqrt{x+x}}{2-2x}$
- 2a.  $\frac{1}{x-x^2}$  2b.  $\frac{x}{x+1}$  2c.  $\frac{x+2}{(x-1)^2}$  2d.  $\frac{x+1}{x-1}$  2e.  $x-1$  2f.  $x-1$
- 2g.  $\frac{2x^2+3x}{3x+6}$  2h.  $-3$  2i.  $\frac{8}{3}3^x$  2j.  $\sqrt{x}$
- 3a.  $\log A = 1 - \log x - \frac{1}{2} \log y$  3b.  $\log B = \frac{1}{2} + 3 \log x$  3c.  $\log C = \frac{1}{2} \log(x+1) - \frac{1}{2} \log(x-1)$  3d.  $\ln D = x+1 + \ln x$
- 4a.  $\frac{10}{x} = y^2$  4b.  $\sqrt[3]{x+1} = 100\sqrt{y}$
- 5a. 0,9 5b. 0,1 5c. 1,3 5d. -0,7 5e. -2 5f. 1,7 5g. 3,33 5h. 2,56
- 6a.  $x_1 = 0, x_2 = \frac{1}{3}, x_3 = -2$  6b.  $x_1 = -1, x_2 = 2, x_3 = -\frac{1}{2}, x_4 = \frac{1}{3}$  6c.  $x_1 = 1, x_2 = -1$  6d.  $x_1 = 0, x_2 = \frac{1}{2}, x_3 = -\frac{1}{2}$  6e.  $x = 4$
- 7a.  $P(x) = (x+2)(x-1)(x+1)$  7b.  $Q(x) = 6x^2(x-\frac{1}{3})(x+\frac{3}{2})$  7c.  $R(x) = 6(x-1)(x-\frac{1}{2})(x+\frac{2}{3})$  7d.  $S(x) = -6(x-1)^2(x-\frac{3}{2})(x-\frac{2}{3})$
- 8a.  $x = 3$  8b.  $x = 1$  8c.  $x = 5$  8d.  $x = -\frac{3}{4}$
- 9a.  $x = 1$  9b.  $x_1 = 3, x_2 = -1$  9c.  $x = -2$  9d.  $x_1 = 1, x_2 = \log_2 5$  9e.  $x = 3$
- 10a. 10a 10b. 10b 10c.  $x = 2, 03$  10d.  $x = 5$
- 11a. Incompatible 11b. Compatible determinado  $\{x = -\frac{3}{2}, y = -\frac{3}{2}, z = \frac{1}{2}\}$  11c. Compatible indeterminado  $\{x = 2\lambda + 2, y = \lambda, z = 1 - 3\lambda\}$  11d. Compatible determinado  $\{x = -\frac{9}{20}, y = \frac{232}{30}, z = -\frac{17}{6}\}$  11e. Compatible indeterminado  $\{x = \frac{\lambda+3}{5}, y = \frac{7\lambda-10}{5}, z = \lambda\}$
12. 8 victorias, 1 empate y 2 derrotas
13. 16 alumnos en 1ºA, 25 en 1ºB y 31 en 1ºC
14. 728
15. Alfredo pintó 20 m<sup>2</sup>, Benito 30 m<sup>2</sup> y Carlos 35 m<sup>2</sup>
- 16a.  $x \in (-\infty, \frac{30}{17})$  16b.  $x \in (-\infty, -1] \cup [6, \infty)$  16c.  $x \in (-\infty, 1)$  16d.  $x \in \{0\} \cup [2, \infty)$  16e.  $x \in [-1, 2)$  16f.  $x \in (-2, -1) \cup (2, \infty)$  16g.  $x \in (-\infty, 0) \cup (2, \infty)$  16h.  $x \in (-\infty, -2) \cup (0, 1)$  16i.  $x \in (-\infty, -1) \cup (3, \infty)$  16j.  $x \in [0, 4]$
- 17a.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  17b.  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$  17c.  $-\sqrt{3}$  17d.  $-\frac{1}{2}$  17e.  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$  17f.  $\pm\infty$  17g.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  17h.  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
- 18a.  $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}, \tan \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}, \operatorname{cosec} \alpha = 3, \sec \alpha = \frac{3\sqrt{2}}{4}, \cot \alpha = 2\sqrt{2}$  18b.  $\sin \beta = \frac{\sqrt{105}}{21}, \cos \beta = -\frac{4\sqrt{21}}{21}, \operatorname{cosec} \beta = \frac{\sqrt{105}}{5}, \sec \beta = -\frac{\sqrt{21}}{4}, \cot \beta = -\frac{4\sqrt{5}}{5}$  18c.  $\sin \gamma = -\frac{\sqrt{5}}{3}, \cos \gamma = \frac{3}{2}, \tan \gamma = -\frac{\sqrt{5}}{2}, \operatorname{cosec} \gamma = -\frac{3\sqrt{5}}{5}, \cot \gamma = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$
19.  $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}, \cos 75^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}, \tan 75^\circ = 2 + \sqrt{3}$
20. 20
- 21a.  $\begin{cases} x = -\frac{5\pi}{18} + 2k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \end{cases} k \in \mathbb{Z}$  21b.  $\begin{cases} x = -\frac{1}{3} + 2k\pi \\ x = -\frac{2}{3} + 2k\pi \end{cases} k \in \mathbb{Z}$
- 21c.  $\begin{cases} x = 0, 67 + 2k\pi \\ x = 2, 48 + 2k\pi \end{cases} k \in \mathbb{Z}$  21d.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = 2k\pi \end{cases} k \in \mathbb{Z}$
- 21e.  $\begin{cases} x = -2 + 2k\pi \\ x = 2 + 2k\pi \end{cases} k \in \mathbb{Z}$
- 22a.  $\alpha = 17^\circ, \beta = 103^\circ, c = \frac{\sqrt{3}}{6} u$  22b.  $a = 7,3 u, b = 5,2 u, \gamma = 105^\circ$  22c.  $\alpha = 90^\circ, \beta = 60^\circ, c = 5\sqrt{3} u$  22d.  $\alpha = 47^\circ, \beta = 58^\circ, c = \gamma = 75^\circ$
23. La torre mide 23 metros.
24. A una distancia de 2,55 cm de cualquier extremo.
25. Los lados miden 4,5 y 6 unidades

- 26a.  $(2\sqrt{5}, -\sqrt{5})$  ó  $(-2\sqrt{5}, \sqrt{5})$  26b.  $(\frac{\sqrt{5}}{5}, \frac{2\sqrt{5}}{5})$  ó  $(-\frac{\sqrt{5}}{5}, -\frac{2\sqrt{5}}{5})$
27.  $D(4, 4), M(3, \frac{3}{2})$
- 28a.  $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3}, r: 3x - 2y - 7 = 0, r: \begin{cases} x = 2r - 1 \\ y = 3r - 2 \end{cases}$  28b.
- $r: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2}, r: 2x - y + 1 = 0, r: \begin{cases} x = r \\ y = 2r + 1 \end{cases}$  28c.  $r: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{3}, r: 3x - 2y - 7 = 0, r: \begin{cases} x = r - 2 \\ y = 3r + 1 \end{cases}$
- 29a. 30° 29b. 34° 29c. 56°
- 30a. 5 u 30b.  $\frac{20\sqrt{13}}{13} u$  30c. 0 u 30d.  $\frac{4\sqrt{5}}{5} u$  30e.  $\frac{\sqrt{5}}{2} u$
31.  $H(\frac{3}{14}, \frac{6}{7})$
32.  $R(\frac{9}{7}, \frac{23}{14})$
33.  $G(1, \frac{5}{3})$
34.  $r: x + y = 0$
35.  $a = 1, M(2, 1)$
36.  $C(2, 7)$
37.  $A(\frac{19}{7}, \frac{20}{7}), B(-3, 0)$
- 38a.  $\lambda = 2$  38b.  $\lambda = \frac{1}{3}$
39.  $R_1(-\frac{13}{2}, -12), R_2(\frac{27}{2}, 28)$
- 40a.  $D_f: \mathbb{R}$  40b.  $D_f: \mathbb{R} - \{0, 1\}$  40c.  $D_f: [-\frac{1}{2}, \infty)$  40d.  $D_f: (-\infty, -2] \cup [0, \infty)$  40e.  $D_f: (1, \infty)$  40f.  $D_f: (-\infty, -1] \cup (1, \infty)$  40g.  $D_f: \mathbb{R} - \{1\}$  40h.  $D_f: (-\infty, 0) \cup (1, \infty)$
- 41a. Sin Simetría 41b. F. Impar 41c. F. Par 41d. Sin Simetría 41e. F. Impar 41f. F. Par
- 43a.  $\frac{2}{3}$  43b. 0 43c.  $\infty$  43d. -1 43e. 2 43f.  $\infty$  43g. 1 43h.  $\frac{1}{2}$  43i. 0 43j. 0 43k. 0 43l.  $\frac{3}{4}$  43m. 2 43n.  $-\frac{1}{6}$  43ñ.  $\frac{5}{2}$  43o. 0 43p. 4 43q.  $-\infty$  43r.  $\infty$  43s. -3 43t. -1 43u. 4 43v.  $\infty$  43w.  $e^2$  43x.  $e^2$  43y.  $\frac{1}{e^2}$
- 44a. Continua en  $\mathbb{R} - \{0\}$ , Salto finito en  $x = 0$ . 44b. Continua en  $\mathbb{R} - \{1\}$ , Evitable en  $x = 1$ . 44c. Continua en  $\mathbb{R} - \{1\}$ , Salto Finito en  $x = 1$ . 44d. Continua en  $(-1, \infty)$ , Esencial en  $x = -1$ . 44e. Continua en  $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$ , Ev.  $x = -1$ , S. Inf. en  $x = 1$ .
- 45a.  $a = 2, b = 0$  45b.  $a = 2, b = 3$  45c.  $a = 0, b = 1$
- 46a.  $x = 1, y = 0$  46b.  $x = 2, y = 1$  46c.  $y = 1$  46d.  $x = 0, x = 2, y = 1$  46e.  $x = 1, y = x + 1, y = x$  46f.  $y = x$
- 47a.  $y' = 2x + 1$  47b.  $y' = -\frac{3\sqrt{1-x}}{2}$  47c.  $y' = \frac{4}{3\sqrt[3]{(1-x)^4}}$
- 47d.  $y' = -\frac{2x}{1-x^2}$  47e.  $y' = \frac{e^{\sqrt{x}}-1}{2\sqrt{x}}$  47f.  $y' = -\frac{2\frac{1}{x}\ln 2}{x^2}$  47g.  $y' = \frac{2x+2}{(x+1)^3}$  47h.  $y' = x(x-1)^2(5x-2)$  47i.  $y' = -\frac{e^x}{(e^x-1)^2}$
- 47j.  $y' = -\frac{\operatorname{sen} \sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$  47k.  $y' = \frac{1-\cos x}{\operatorname{sen}^2 x}$  47l.  $y' = \frac{\sqrt{x}(2+\ln x)}{2x}$  47m.  $y' = \frac{\operatorname{sen} x}{\cos^2 x}$  47n.  $y' = -\frac{1}{\cos^2(1-x)}$  47ñ.  $y' = e^{\operatorname{sen} x} \cos x$  47o.  $y' = -\frac{x^2+1}{(x^2-1)^2}$  47p.  $y' = \frac{2}{3x-3} - \frac{1}{3x}$  47q.  $y' = \frac{1-\ln x}{x^2} \sqrt{x}$  47r.  $y' = \left(\frac{x-1}{\sqrt{x+1}}\right)^4 \cdot \left(\frac{4}{x-1} - \frac{2}{x+1}\right)$