

1ºBTO - Matemáticas 1 - Refuerzo estival

1. Racionaliza las siguientes expresiones:

a. $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ c. $\frac{x+1}{\sqrt{x+1}}$
 b. $\frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{2}}$ d. $\frac{\sqrt{x}}{2-2\sqrt{x}}$

2. Simplifica las siguientes expresiones:

a. $\frac{x+1}{x^2-2x} + \frac{1}{x} - \frac{2}{x-2}$ f. $\frac{4x^3-9x}{6x^2+3x-18}$
 b. $\frac{\sqrt{x+1} - \frac{1}{\sqrt{x+1}}}{\sqrt{x+1}}$ g. $\frac{2^x + \frac{1}{2^{1-x}}}{\frac{1}{2^{1-x}} - 2^x}$
 c. $\frac{\frac{1}{x-1} + 1}{1 - \frac{1}{x+1}}$ h. $\frac{1-x^2}{x^2-2x+1}$
 d. $\frac{\frac{x+2}{x^2-1}}{\frac{x-1}{x+1}}$ i. $\frac{2^x \cdot 6^{x-1}}{4^{x-2}}$
 e. $\frac{2x^3-3x^2+1}{2x^2-x-1}$ j. $\sqrt[3]{x\sqrt{x}\sqrt{x}}$

3. Pasa las siguientes expresiones a forma logarítmica:

a. $A = \frac{10}{x\sqrt{y}}$ c. $C = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$
 b. $B = \sqrt{10x^3}$ d. $D = xe^{x+1}$

4. Pasa las siguientes expresiones a forma algebraica:

a. $1 - \log x = 2 \log y$
 b. $\frac{\log(x+1)}{3} = 2 + \frac{1}{2} \log y$

5. Conociendo que $\log 2 \approx 0,3$ calcula el valor de los siguientes logaritmos:

a. $\log 8$ e. $\log 0,25$
 b. $\log \sqrt[3]{2}$ f. $\log 50$
 c. $\log 20$ g. $\log_2 10$
 d. $\log 0,2$ h. $\log_8 200$

6. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a. $3x^4 + 5x^3 - 2x^2 = 0$
 b. $6x^4 - 5x^3 - 14x^2 - x + 2 = 0$
 c. $x^4 + x^2 - 2 = 0$
 d. $4x^5 + 3x^3 - x = 0$
 e. $\frac{x}{x^2-1} + \frac{x-1}{x^2+x} - \frac{x+1}{x^2-x} = 0$

7. Factoriza los siguientes polinomios:

a. $P(x) = x^3 - 3x + 2$
 b. $Q(x) = 6x^4 + 7x^3 - 3x^2$
 c. $R(x) = 6x^3 - 5x^2 - 3x + 2$
 d. $S(x) = 6 - x - 26x^2 + 25x^3 - 6x^4$

8. Resuelve las siguientes ecuaciones radicales:

a. $x - \sqrt{x+1} = 1$ c. $\sqrt{x+4} - \sqrt{x-4} = 2$
 b. $\sqrt{x} + \sqrt{x+3} = 3$ d. $\sqrt{x^2+1} - x = 2$

9. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

a. $3^x + 3^{x-1} + 3^{x+1} = 13$
 b. $2^{2x+1} - 17 \cdot 2^x + 8 = 0$ d. $4^x - 7 \cdot 2^x + 10$
 c. $9^{x+1} + 24 \cdot 3^{x-1} - 1 = 0$ e. $\frac{2^{x-1} + 2^{x-2}}{7-2^{x-3}} = 1$

10. Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

a. $\log x + \log(3x-2) = 0$
 $x = 1$
 b. $\log x + \log(3x+13) = 1$
 $x = \frac{2}{3}$
 c. $\log(x+1) + \log(x-2) + 1 = 0$
 d. $2 \log x + \log(x^2-21) = 2$

11. Discute los siguientes sistemas y resuélvelos cuando sea posible:

a. $\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x - y + z = 3 \\ x - 2y + 2z = 1 \end{cases}$ d. $\begin{cases} 2x + y - 2z = 4 \\ 3x - y + z = -2 \\ 5x + 2y - 3z = 5 \end{cases}$
 b. $\begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ 2x - y + z = -1 \\ 2x + y - z = 2 \end{cases}$ e. $\begin{cases} 2x - y + z = 4 \\ x + 2y - 3z = -3 \\ 3x + y - 2z = 1 \end{cases}$
 c. $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - y + z = 5 \\ 3x - 3y + z = 7 \end{cases}$

12. Un equipo de fútbol ha conseguido 25 puntos en 11 partidos, si tiene 5 victorias más que empates y derrotas juntos, ¿cuántos partidos ha ganado, empatado y perdido?

NOTA: El equipo recibe 3 puntos por victoria, 1 por empate y 0 por derrota

13. En una competición escolar compiten los tres grupos de 1º de bachillerato de un colegio. La dirección decide premiar con 2€ a cada uno de los alumnos del grupo ganador y con 1€ a los demás alumnos. Si gana 1ºA el colegio se gasta 88€, si gana 1ºB el gasto es de 97€ y si gana 1ºC de 103€. ¿Cuántos alumnos hay en cada grupo?

14. La suma de las tres cifras de un número es 17. Si se intercambian las cifras de las unidades y las centenas el número aumenta en 99, si se intercambian las de las unidades y las decenas el número aumenta en 54. ¿De qué número se trata?

15. Alfredo, Benito y Carlos están pintando las paredes de una nave industrial. El lunes Alfredo trabajó solo la mitad de la jornada y se pintaron 30 m² de pared, el martes fue Benito el que faltó la mitad de la jornada y se pintaron 28 m², el miércoles le tocó librar media jornada a Carlos y se pintaron 27 m². Si cada pintor trabaja siempre al mismo ritmo ¿cuánto pintó cada uno?

16. Resuelve las siguientes inecuaciones:

- a. $\frac{x-2}{4} + \frac{x}{2} < 1 - \frac{2x-3}{3}$ f. $\frac{x^2-4}{x+1} > 0$
- b. $x^2 - 5x - 6 \geq 0$ g. $\frac{x^2-2x}{x^2+1} > 0$
- c. $x^3 - x^2 + x - 1 < 0$ h. $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} < \frac{2}{x^3}$
- d. $x^3 - 2x^2 \geq 0$ i. $|x-1| > 2$
- e. $\frac{x+1}{x-2} \leq 0$ j. $|4-2x| \leq 4$
17. Calcula el valor de las siguientes razones trigonométricas:
- a. $\operatorname{sen} 120^\circ$ e. $\operatorname{sec} 2385^\circ$
- b. $\operatorname{cos} 225^\circ$ f. $\operatorname{cot}(-1530^\circ)$
- c. $\operatorname{tan} 300^\circ$ g. $\operatorname{sen} \frac{3\pi}{4}$
- d. $\operatorname{cosec}(-150^\circ)$ h. $\operatorname{cos} \frac{5\pi}{6}$
18. Halla el resto de razones trigonométricas en los siguientes casos:
- a. $\operatorname{sen} \alpha = \frac{1}{3}, \quad 0 < \alpha < 90^\circ$
- b. $\operatorname{tan} \beta = -\frac{\sqrt{5}}{4}, \quad \frac{\pi}{2} < \beta < \pi$
- c. $\operatorname{sec} \gamma = \frac{3}{2}, \quad 180^\circ < \gamma < 270^\circ$
19. Halla exactamente las razones trigonométricas de $\alpha = 75^\circ$.
20. Halla exactamente las razones trigonométricas de $\alpha = 15^\circ$.
- $\operatorname{sen} 15^\circ = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}, \operatorname{cos} 15^\circ = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}, \operatorname{tan} 15^\circ = 2 - \sqrt{3}$
21. Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:
- a. $\operatorname{sen}(3x + \pi) = \frac{1}{2}$ d. $\operatorname{sen}^2 x + \operatorname{cos} x = 1$
- b. $\operatorname{cos}(\pi x + \frac{\pi}{2}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- c. $\operatorname{tan} x = \operatorname{cos} x$ e. $\operatorname{cos} x + \operatorname{sec} x = 2$
22. Resuelve los siguientes triángulos:
- a. $a = 5u, b = 10u, \gamma = 60^\circ$
- b. $\alpha = 45^\circ, \beta = 30^\circ, c = 10u$
- c. $a = 10u, b = 5u, \beta = 30^\circ$
- d. $a = 6u, b = 7u, c = 8u$
23. Situados a 100 m del pie de un barranco vemos la parte inferior de una torre situada sobre el bajo un ángulo de 60° , y la parte superior bajo un ángulo de 63° . ¿Cuál es la altura de la torre?
24. Doblamos un alambre recto de 10 cm formando un ángulo de 120° . Si sus extremos quedan a una distancia de 9 cm, ¿por qué punto lo hemos doblado?
25. Sabemos que las medidas de los tres lados de un triángulo son números consecutivos y que su ángulo mayor es $82,82^\circ$. Resuélvelo.
26. Dado el vector $\vec{u} = (2, -1)$ halla:
- a. Un vector paralelo a \vec{u} de módulo $5u$.
- b. Un vector perpendicular a \vec{u} y unitario.
27. Los puntos $A(3, 1), B(2, -1)$ y $C(3, 2)$ son vértices consecutivos de un paralelogramo. Calcula las coordenadas del cuarto vértice y las de su centro.
28. Halla las ecuaciones general, continua y paramétrica de las siguientes rectas:
- a. la que pasa por los puntos $A(1, -2)$ y $B(3, 1)$
- b. la que pasa por el punto $A(0, 1)$ y es paralela a $s: 2x - y + 3 = 0$
- c. la que pasa por el punto $A(-2, 1)$ y es perpendicular a $s: x + 3y - 2 = 0$
29. Calcula el ángulo de la recta $r: 2x - 3y + 2 = 0$ a:
- a. la recta $s: 2x - y + 1 = 0$
- b. la recta $y = 2$
- c. el eje de ordenadas
30. Calcula la distancia entre los siguientes elementos:
- a. los puntos $A(-3, 2)$ y $B(1, -1)$.
- b. el punto $A(3, -1)$ y la recta $r: \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{3}$
- c. las rectas $r: 2x + y - 1 = 0$ y $s: 2x - y + 1 = 0$
- d. las rectas $r: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1}$ y $s: x + 2y + 3 = 0$
- e. las rectas $r: x - 2y - 1 = 0$ y $s: 2x - 4y + 3 = 0$
31. Calcula el ortocentro del triángulo de vértices $A(1, 4), B(-1, 1)$ y $C(3, 0)$.
32. Calcula el circuncentro del triángulo de vértices $A(1, 4), B(-1, 1)$ y $C(3, 0)$.
33. Calcula el baricentro del triángulo de vértices $A(1, 4), B(-1, 1)$ y $C(3, 0)$.
34. Halla la ecuación de la bisectriz al triángulo de vértices $A(-1, 1), B(1, -5)$ y $C(5, -1)$ por el vértice A .
35. El punto medio del segmento formado por los puntos $A(a, 3)$ y $B(3, -a)$ está situado sobre la recta $r: x - y - 1 = 0$. Calcula dicho punto y el valor del parámetro a .
36. Los puntos $A(2, 2)$ y $B(6, 4)$ son los extremos del lado desigual de un triángulo isósceles, el tercer vértice está situado sobre la recta $r: 3x - y + 1 = 0$. Calcula las coordenadas de dicho vértice.
37. ¿Qué puntos de la recta $r: x - 2y + 3 = 0$ tienen una distancia de $\sqrt{10}u$ a la recta $s: 3x + y - 1 = 0$?
38. Calcula el valor del parámetro λ que hace que las rectas $r: x + \lambda y - 1 = 0$ y $s: (\lambda - 1)x + 2y + 2 = 0$ sean:
- a. Paralelas. b. Perpendiculares.
39. ¿Qué puntos de la recta $r: 2x - y + 1 = 0$ forman un triángulo de área $10u^2$ con los puntos $A(-1, 2)$ y $B(2, 6)$?
40. Discute el dominio de las siguientes funciones:

a. $f(x) = x^2 - x$

b. $f(x) = \frac{x+1}{x^2-x}$

c. $f(x) = \sqrt{2x+1}$

d. $f(x) = \sqrt{x^2+2x}$

e. $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x-1}}$

f. $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$

g. $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}}$

h. $f(x) = \ln(x^2 - x)$

c. $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x < 1 \\ x+1, & x \geq 1 \end{cases}$

d. $f(x) = \sqrt{x+1}$

e. $f(x) = \frac{x+1}{x^2-1}$

41. Discute la simetría de las siguientes funciones:

a. $f(x) = x^2 - x$

b. $f(x) = \frac{x^3-x}{x^2+1}$

c. $f(x) = \sqrt{1-x^2}$

d. $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$

e. $f(x) = \sqrt[3]{x}$

f. $f(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{sen} x}$

42. Representa las siguientes funciones, comprueba tus soluciones con la aplicación web *Wolfram Alpha*:

a. $f(x) = \frac{x-|2x|}{x}$

b. $f(x) = x^2 - |2x| - x$

c. $f(x) = x \cdot |x+1|$

d. $f(x) = |x^2 - 4| + 3x$

43. Calcula los siguientes límites:

a. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 1}{3x^3 - x^2}$

b. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{x^3 - 1}$

c. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{2x + 3}$

d. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + x}{1 - x^3}$

e. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+3)^2 - (x-1)^2}{4x+2}$

f. $\lim_{x \rightarrow \infty} (e^x + x^2 - 1)$

g. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$

h. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} + x}{2x - 1}$

i. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x + 1}{4^x - 1}$

j. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x-1} - \sqrt{x})$

k. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+1} - x)$

l. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2+3x} - 2x)$

m. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+1} + x}{x-1}$

n. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2-x} + 3x)$

ñ. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x+3}{x+1}$

o. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-x}{x+1}$

p. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x-2}$

q. $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2+1}{x-3}$

r. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{(2-x)^2}$

s. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - x}{x-2}$

t. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - x}{\sqrt{x} - 1}$

u. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{\sqrt{x+1} - 2}$

v. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{3}{x}\right)^{x+1}$

w. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^{2x}$

x. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}$

y. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}\right)^{\sqrt{x}}$

45. Calcula el valor de los parámetros a y b para que las siguientes funciones sean continuas en R :

a. $f(x) = \begin{cases} x+a, & x < -1 \\ 1, & -1 \leq x < 1 \\ x^2+b, & x \geq 1 \end{cases}$

b. $f(x) = \begin{cases} x+a, & x < 0 \\ ax+b+1, & 0 \leq x < 1 \\ 3b, & x \geq 1 \end{cases}$

c. $f(x) = \begin{cases} ax+b, & x < -1 \\ 1, & x = -1 \\ a-bx, & x > -1 \end{cases}$

46. Calcula las asíntotas de las siguientes funciones:

a. $f(x) = \frac{1}{x-1}$

b. $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$

c. $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$

d. $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-2x}$

e. $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$

f. $f(x) = \frac{x^3-1}{x^2+1}$

47. Calcula la derivada de las siguientes funciones:

a. $y = \frac{(2x+1)^2}{4}$

b. $y = \sqrt{(1-x)^3}$

c. $y = \frac{2}{\sqrt[3]{1-2x}}$

d. $y = \ln(1-x^2)$

e. $y = e^{\sqrt{x}-1}$

f. $y = 2^{1/x}$

g. $y = \frac{x^2-1}{(x+1)^2}$

h. $y = x^2(x-1)^3$

i. $y = \frac{1}{e^x-1}$

j. $y = \cos \sqrt{x}$

k. $y = \frac{1-\cos x}{\operatorname{sen} x}$

l. $y = \sqrt{x} \ln x$

m. $y = \frac{1}{\cos x}$

n. $y = \operatorname{tg}(1-x)$

ñ. $y = e^{\operatorname{sen} x}$

o. $y = \frac{x}{x^2-1}$

p. $y = \ln \sqrt[3]{\frac{(x-1)^2}{2x}}$

q. $y = \sqrt[3]{x}$

r. $y = \left[\frac{x-1}{\sqrt{x+1}}\right]^4$

48. Estudia el dominio, las asíntotas, y el crecimiento de las siguientes funciones. Utiliza los resultados obtenidos y una tabla de valores para hacer un boceto de cada una de ellas. Comprueba tus resultados con la aplicación web *Wolfram Alpha* o cualquier otra:

a. $y = x^4 - 4x$

b. $y = 4x^3 - x^4$

c. $y = \frac{x^2}{(x-1)^2}$

d. $y = \frac{1}{x^2+1}$

e. $y = \frac{x^3}{(x-1)^2}$

f. $y = \frac{x^3}{x^2+1}$

44. Estudia la continuidad de las siguientes funciones:

a. $f(x) = \begin{cases} x+1, & x < 0 \\ x^2, & 0 \leq x < 1 \\ 2-x, & x \geq 1 \end{cases}$

b. $f(x) = \begin{cases} x+1, & x < 1 \\ x^2+1, & x > 1 \end{cases}$

Soluciones

- 1a. $\frac{\sqrt{x}}{2x}$ 1b. $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{2}}{x-2}$ 1c. $\sqrt{x+1}$ 1d. $\frac{\sqrt{x+x}}{2-2x}$
- 2a. $\frac{1}{x-x^2}$ 2b. $\frac{x}{x+1}$ 2c. $\frac{x+2}{(x-1)^2}$ 2d. $\frac{x+1}{x-1}$ 2e. $x-1$ 2f. $x-1$
- 2g. $\frac{2x^2+3x}{3x+6}$ 2h. -3 2i. $\frac{8}{3}3^x$ 2j. \sqrt{x}
- 3a. $\log A = 1 - \log x - \frac{1}{2} \log y$ 3b. $\log B = \frac{1}{2} + 3 \log x$ 3c. $\log C = \frac{1}{2} \log(x+1) - \frac{1}{2} \log(x-1)$ 3d. $\ln D = x+1 + \ln x$
- 4a. $\frac{10}{x} = y^2$ 4b. $\sqrt[3]{x+1} = 100\sqrt{y}$
- 5a. 0,9 5b. 0,1 5c. 1,3 5d. -0,7 5e. -2 5f. 1,7 5g. 3,33 5h. 2,56
- 6a. $x_1 = 0, x_2 = \frac{1}{3}, x_3 = -2$ 6b. $x_1 = -1, x_2 = 2, x_3 = -\frac{1}{2}, x_4 = \frac{1}{3}$ 6c. $x_1 = 1, x_2 = -1$ 6d. $x_1 = 0, x_2 = \frac{1}{2}, x_3 = -\frac{1}{2}$ 6e. $x = 4$
- 7a. $P(x) = (x+2)(x-1)(x+1)$ 7b. $Q(x) = 6x^2(x-\frac{1}{3})(x+\frac{3}{2})$ 7c. $R(x) = 6(x-1)(x-\frac{1}{2})(x+\frac{2}{3})$ 7d. $S(x) = -6(x-1)^2(x-\frac{3}{2})(x-\frac{2}{3})$
- 8a. $x = 3$ 8b. $x = 1$ 8c. $x = 5$ 8d. $x = -\frac{3}{4}$
- 9a. $x = 1$ 9b. $x_1 = 3, x_2 = -1$ 9c. $x = -2$ 9d. $x_1 = 1, x_2 = \log_2 5$ 9e. $x = 3$
- 10a. 10a 10b. 10b 10c. $x = 2, 03$ 10d. $x = 5$
- 11a. Incompatible 11b. Compatible determinado $\{x = -\frac{3}{2}, y = -\frac{3}{2}, z = \frac{1}{2}\}$ 11c. Compatible indeterminado $\{x = 2\lambda + 2, y = \lambda, z = 1 - 3\lambda\}$ 11d. Compatible determinado $\{x = -\frac{9}{20}, y = \frac{232}{30}, z = -\frac{17}{6}\}$ 11e. Compatible indeterminado $\{x = \frac{\lambda+3}{5}, y = \frac{7\lambda-10}{5}, z = \lambda\}$
12. 8 victorias, 1 empate y 2 derrotas
13. 16 alumnos en 1ºA, 25 en 1ºB y 31 en 1ºC
14. 728
15. Alfredo pintó 20 m², Benito 30 m² y Carlos 35 m²
- 16a. $x \in (-\infty, \frac{30}{17})$ 16b. $x \in (-\infty, -1] \cup [6, \infty)$ 16c. $x \in (-\infty, 1)$ 16d. $x \in \{0\} \cup [2, \infty)$ 16e. $x \in [-1, 2)$ 16f. $x \in (-2, -1) \cup (2, \infty)$ 16g. $x \in (-\infty, 0) \cup (2, \infty)$ 16h. $x \in (-\infty, -2) \cup (0, 1)$ 16i. $x \in (-\infty, -1) \cup (3, \infty)$ 16j. $x \in [0, 4]$
- 17a. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 17b. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 17c. $-\sqrt{3}$ 17d. $-\frac{1}{2}$ 17e. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 17f. $\pm\infty$ 17g. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 17h. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
- 18a. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}, \tan \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}, \operatorname{cosec} \alpha = 3, \sec \alpha = \frac{3\sqrt{2}}{4}, \cot \alpha = 2\sqrt{2}$ 18b. $\sin \beta = \frac{\sqrt{105}}{21}, \cos \beta = -\frac{4\sqrt{21}}{21}, \operatorname{cosec} \beta = \frac{\sqrt{105}}{5}, \sec \beta = -\frac{\sqrt{21}}{4}, \cot \beta = -\frac{4\sqrt{5}}{5}$ 18c. $\sin \gamma = -\frac{\sqrt{5}}{3}, \cos \gamma = \frac{3}{2}, \tan \gamma = -\frac{\sqrt{5}}{2}, \operatorname{cosec} \gamma = -\frac{3\sqrt{5}}{5}, \cot \gamma = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$
19. $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}, \cos 75^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}, \tan 75^\circ = 2 + \sqrt{3}$
20. 20
- 21a. $\begin{cases} x = -\frac{5\pi}{18} + 2k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \end{cases} k \in \mathbb{Z}$ 21b. $\begin{cases} x = -\frac{1}{3} + 2k\pi \\ x = -\frac{2}{3} + 2k\pi \end{cases} k \in \mathbb{Z}$
- 21c. $\begin{cases} x = 0, 67 + 2k\pi \\ x = 2, 48 + 2k\pi \end{cases} k \in \mathbb{Z}$ 21d. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = 2k\pi \end{cases} k \in \mathbb{Z}$
- 21e. $\begin{cases} x = -2 + 2k\pi \\ x = 2 + 2k\pi \end{cases} k \in \mathbb{Z}$
- 22a. $\alpha = 17^\circ, \beta = 103^\circ, c = \frac{\sqrt{3}}{6} u$ 22b. $a = 7,3 u, b = 5,2 u, \gamma = 105^\circ$ 22c. $\alpha = 90^\circ, \beta = 60^\circ, c = 5\sqrt{3} u$ 22d. $\alpha = 47^\circ, \beta = 58^\circ, c = \gamma = 75^\circ$
23. La torre mide 23 metros.
24. A una distancia de 2,55 cm de cualquier extremo.
25. Los lados miden 4,5 y 6 unidades

- 26a. $(2\sqrt{5}, -\sqrt{5})$ ó $(-2\sqrt{5}, \sqrt{5})$ 26b. $(\frac{\sqrt{5}}{5}, \frac{2\sqrt{5}}{5})$ ó $(-\frac{\sqrt{5}}{5}, -\frac{2\sqrt{5}}{5})$
27. $D(4, 4), M(3, \frac{3}{2})$
- 28a. $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3}, r: 3x - 2y - 7 = 0, r: \begin{cases} x = 2r - 1 \\ y = 3r - 2 \end{cases}$ 28b.
- $r: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2}, r: 2x - y + 1 = 0, r: \begin{cases} x = r \\ y = 2r + 1 \end{cases}$ 28c. $r: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{3}, r: 3x - 2y - 7 = 0, r: \begin{cases} x = r - 2 \\ y = 3r + 1 \end{cases}$
- 29a. 30° 29b. 34° 29c. 56°
- 30a. 5 u 30b. $\frac{20\sqrt{13}}{13} u$ 30c. 0 u 30d. $\frac{4\sqrt{5}}{5} u$ 30e. $\frac{\sqrt{5}}{2} u$
31. $H(\frac{3}{14}, \frac{6}{7})$
32. $R(\frac{9}{7}, \frac{23}{14})$
33. $G(1, \frac{5}{3})$
34. $r: x + y = 0$
35. $a = 1, M(2, 1)$
36. $C(2, 7)$
37. $A(\frac{19}{7}, \frac{20}{7}), B(-3, 0)$
- 38a. $\lambda = 2$ 38b. $\lambda = \frac{1}{3}$
39. $R_1(-\frac{13}{2}, -12), R_2(\frac{27}{2}, 28)$
- 40a. $D_f: \mathbb{R}$ 40b. $D_f: \mathbb{R} - \{0, 1\}$ 40c. $D_f: [-\frac{1}{2}, \infty)$ 40d. $D_f: (-\infty, -2] \cup [0, \infty)$ 40e. $D_f: (1, \infty)$ 40f. $D_f: (-\infty, -1] \cup (1, \infty)$ 40g. $D_f: \mathbb{R} - \{1\}$ 40h. $D_f: (-\infty, 0) \cup (1, \infty)$
- 41a. Sin Simetría 41b. F. Impar 41c. F. Par 41d. Sin Simetría 41e. F. Impar 41f. F. Par
- 43a. $\frac{2}{3}$ 43b. 0 43c. ∞ 43d. -1 43e. 2 43f. ∞ 43g. 1 43h. $\frac{1}{2}$ 43i. 0 43j. 0 43k. 0 43l. $\frac{3}{4}$ 43m. 2 43n. $-\frac{1}{6}$ 43ñ. $\frac{5}{2}$ 43o. 0 43p. 4 43q. $-\infty$ 43r. ∞ 43s. -3 43t. -1 43u. 4 43v. ∞ 43w. e^2 43x. e^2 43y. $\frac{1}{e^2}$
- 44a. Continua en $\mathbb{R} - \{0\}$, Salto finito en $x = 0$. 44b. Continua en $\mathbb{R} - \{1\}$, Evitable en $x = 1$. 44c. Continua en $\mathbb{R} - \{1\}$, Salto Finito en $x = 1$. 44d. Continua en $(-1, \infty)$, Esencial en $x = -1$. 44e. Continua en $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$, Ev. $x = -1$, S. Inf. en $x = 1$.
- 45a. $a = 2, b = 0$ 45b. $a = 2, b = 3$ 45c. $a = 0, b = 1$
- 46a. $x = 1, y = 0$ 46b. $x = 2, y = 1$ 46c. $y = 1$ 46d. $x = 0, x = 2, y = 1$ 46e. $x = 1, y = x + 1, y = x$ 46f. $y = x$
- 47a. $y' = 2x + 1$ 47b. $y' = -\frac{3\sqrt{1-x}}{2}$ 47c. $y' = \frac{4}{3\sqrt[3]{(1-x)^4}}$
- 47d. $y' = -\frac{2x}{1-x^2}$ 47e. $y' = \frac{e^{\sqrt{x}}-1}{2\sqrt{x}}$ 47f. $y' = -\frac{2^{\frac{1}{x}} \ln 2}{x^2}$ 47g. $y' = \frac{2x+2}{(x+1)^3}$ 47h. $y' = x(x-1)^2(5x-2)$ 47i. $y' = -\frac{e^x}{(e^x-1)^2}$
- 47j. $y' = -\frac{\operatorname{sen} \sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$ 47k. $y' = \frac{1-\cos x}{\operatorname{sen}^2 x}$ 47l. $y' = \frac{\sqrt{x}(2+\ln x)}{2x}$ 47m. $y' = \frac{\operatorname{sen} x}{\cos^2 x}$ 47n. $y' = -\frac{1}{\cos^2(1-x)}$ 47ñ. $y' = e^{\operatorname{sen} x} \cos x$ 47o. $y' = -\frac{x^2+1}{(x^2-1)^2}$ 47p. $y' = \frac{2}{3x-3} - \frac{1}{3x}$ 47q. $y' = \frac{1-\ln x}{x^2} \sqrt{x}$ 47r. $y' = \left(\frac{x-1}{\sqrt{x+1}}\right)^4 \cdot \left(\frac{4}{x-1} - \frac{2}{x+1}\right)$