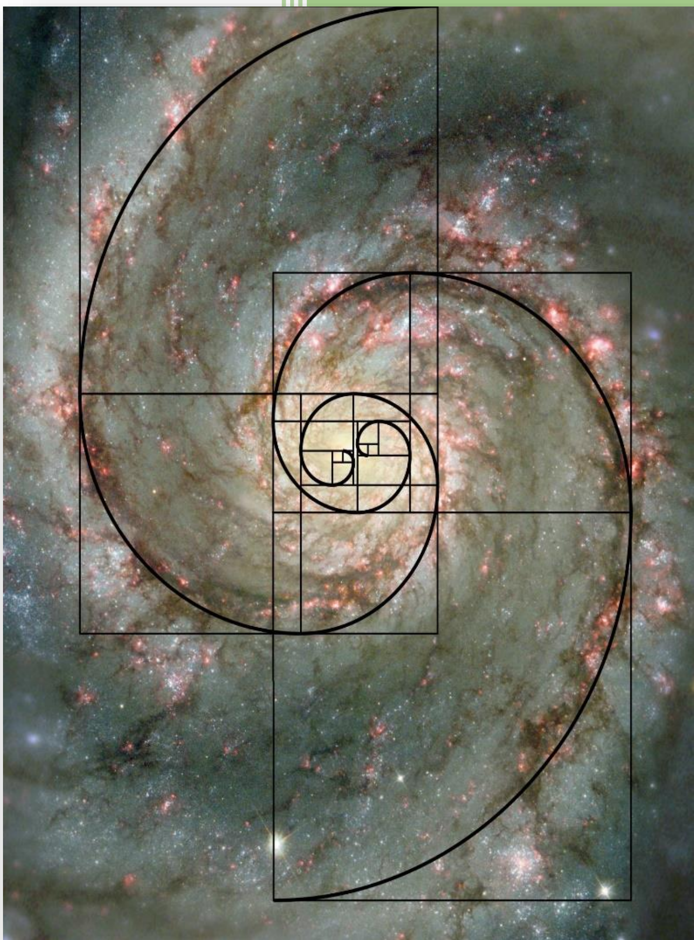
DEPARTAMENTO de MATEMÁTICAS

2020/ 2021

Refuerzo estival

Matemáticas 2ºESO



Liceo Sorolla C

2020/ 2021

2020/
2021

Primera Evaluación

- Operaciones con números enteros y fracciones
- Problemas con fracciones
- Propiedades de potencias y raíces
- Porcentajes e índices de variación
- Notación científica

Prueba 1 – M.c.m, m.c.d. y números enteros

1. Calcula el m.c.m. y el m.c.d. de: (2 puntos)

   $a)\ 20, 10\ y\ 15$

   $b)\ 8\ y\ 43$

2. Realiza las siguientes operaciones con números enteros: (4 puntos)

   $a)\ \ 2 + 8 : 2 . 7 - 3 . 20\ =$

   $b)\ \ 2 . (2 - 3 . 6 + 9) - 4 . (3 - 6) =$

   $c)\ \ 3 . [2 . (4 - 5) + 8 . 3\ - 5] + 3\ =$

   $d)\ \ - 4 . (2 + 3 - 2) + 2 . (14 : 7 . 2) . 6 =$

3. Señala si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Si puedes, pon un ejemplo concreto que respalde tu respuesta en cada caso. (2 puntos)

   a) Todo múltiplo de 9 será también un múltiplo de 3.

   b) Todo múltiplo de 2 será también un múltiplo de 8.

   c) El número 22 tiene dos divisores primos y cuatro divisores en total.

   d) Es imposible encontrar dos números primos consecutivos, aparte de 2 y 3.

4. Laura tiene un reloj con tres alarmas: una suena cada 6 minutos, otra, cada 15 minutos, y la última, cada 36 minutos. A las 9:00 coincidieron las tres alarmas. (1,5 puntos)

   a) ¿Cada cuánto tiempo coinciden las dos primeras alarmas?

   b) ¿Cuántas horas, como mínimo, han de pasar para que vuelvan a coincidir las tres alarmas?

   c) ¿A qué hora volverán a sonar las tres alarmas a la vez?

5. Lee esta pieza matemática y termina los dos últimos versos del poema: (0,5 puntos)

Menos dos minutos tardarás

En darte cuenta de que el doble tardé yo.

Suma cinco, resta tres y verás

Que entre los dos que somos,

Más los diez que estamos,

Entre los tres que contamos,

Por el siete divino

Y más el dos campesino

No lo digo del revés, el resultado es ____________

¡______________________________!

Prueba 1 – M.c.m, m.c.d. y números enteros

1. Calcula el m.c.m. y el m.c.d. de: (2 puntos)

$a)\ 20, 10\ y\ 15 \rightarrow m.c.m. = 60,\ \ m.c.d. = 5$

$b)\ 8\ y\ 43 \rightarrow m.c.m. = 344,\ \ m.c.d. = 1$

2. Realiza las siguientes operaciones con números enteros: (4 puntos)

$a)\ \ 2 + 8 : 2 . 7 - 3 . 20\ =\ -30$

$b)\ \ 2 . (2 - 3 . 6 + 9) - 4 . (3 - 6) =\ -2$

$c)\ \ 3 . [2 . (4 - 5) + 8 . 3\ - 5] + 3\ = 54$

$d)\ - 4 . (2 + 3 - 2) + 2 . (14 : 7 . 2) . 6 =\ 36$

3. Señala si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Si puedes, pon un ejemplo concreto que respalde tu respuesta en cada caso. (2 puntos)

a) Todo múltiplo de 9 será también un múltiplo de 3. VERDADERA. Por ejemplo, 18 es múltiplo de ambos.

b) Todo múltiplo de 2 será también un múltiplo de 8. FALSA. Por ejemplo, 4 es múltiplo de 2 pero no de 8.

c) El número 22 tiene dos divisores primos y cuatro divisores en total. VERDADERA. Primos: 11 y 2. En total: 22, 11, 2 y 1.

d) Es imposible encontrar dos números primos consecutivos, aparte de 2 y 3. VERDADERA. A partir del 2 todos los números pares (uno de cada dos) son compuestos, porque son divisibles entre 2.

4. Laura tiene un reloj con tres alarmas: una suena cada 6 minutos, otra, cada 15 minutos, y la última, cada 36 minutos. A las 9:00 coincidieron las tres alarmas. (1.5 puntos)

   a) ¿Cada cuánto tiempo coinciden las dos primeras alarmas?

   Cada 30 min, ya que es el m.c.m. de 6 y 15.

   b) ¿Cuántas horas, como mínimo, han de pasar para que vuelvan a coincidir las tres alarmas?

   Tres horas, ya que el m.c.m. de 6, 15 y 36 es 180 minutos que son 3 horas.

   c) ¿A qué hora volverán a sonar las tres alarmas a la vez?

   A las 12:00, ya que 9:00 + 3 horas = 12:00 a.m.

5. Lee esta pieza matemática y termina los dos últimos versos del poema: (0.5 puntos)

Menos dos minutos tardarás

En darte cuenta de que el doble tardé yo.

Suma cinco, resta tres y verás

Que entre los dos que somos,

Más los diez que estamos,

Entre los tres que contamos,

Por el siete divino

Y más el dos campesino

No lo digo del revés, el resultado es veintitrés

¡_____________________________!

Prueba 2 – Repaso general 1ªEV

1. Opera con fracciones: (1 punto)

$$a)\ \left(\frac{1}{2}-3\right):\frac{4}{5}-2\,.\left(\frac{1}{3}-\frac{9}{2}\cdot\frac{10}{27}+\frac{4}{3}\right)=$$

2. Aplica la propiedad distributiva para calcular: (1 punto)

$$a)\ 2\,.(3-1+9)-4\,.(3-6)=Por\ propiedad\ distributiva$$

$$b)\ 4\,.(-2+7-2)+8\,.(14:7)\,.6=Por\ jerarquía\ de\ operaciones$$

3. Calcula las siguientes raíces sin usar calculadora. (1,75 puntos)

$$a)\ \sqrt[4]{81}\qquad b)\ \sqrt[3]{-27}\qquad c)\ \sqrt{-4}\qquad d)\sqrt{\frac{1}{25}}\qquad e)\sqrt[3]{\frac{-125}{8}}\qquad f)\sqrt[81]{-1}\qquad g)\ \sqrt[7]{0}$$

4. Una camiseta que cuesta ahora mismo 20 € sufrirá varios cambios en su precio en los próximos días. Primero, un aumento del 3%. Después, una rebaja del 3% y por último un encarecimiento del 15%.(1,5 p)
   a) ¿Cuál será su precio final?
   b) Si su precio actual procede de una rebaja del 12%, ¿Cuánto costaba originalmente?

5. Realiza las siguientes sumas de raíces, agrupando todo en un solo término: (1,5 puntos)

$$a)\ 2\sqrt{50}+3\sqrt{18}-\frac{1}{2}\sqrt{8}=$$

$$b)\ 5.\sqrt[3]{24}+3.\sqrt[3]{81}-\sqrt[3]{375}=$$

$$c)\ \sqrt{20}+3\sqrt{45}-\sqrt{27}+\sqrt{3}=$$

6. En una librería, un tercio de los libros son novelas, dos tercios de los que quedan son libros de divulgación científica y el resto son libros académicos. Si hay 68 libros académicos, (1,5 puntos)

   a) ¿Qué fracción del total corresponde a cada tipo? ¿Qué porcentaje?
   b) ¿Cuántos libros hay en total? ¿Cuántos hay de divulgación científica?

7. Opera en forma de única potencia: (1,5 puntos)

$a)\ \dfrac{2^7.(-4)^8.(-1^2)^5}{\left(-\frac{1}{8}\right).(-2)^0} =$ $\qquad b)\ \dfrac{[(-125)^4]^3.5^{-1}}{(-25^0)^3.\left(\frac{1}{5}\right)^3} =$ $\qquad c)\ \left(\dfrac{2}{3}\right)^4 . \left(\dfrac{4}{9}\right)^5 . \left(\dfrac{3}{2}\right)^2 =$

8. Extrae todos los factores posibles de: (1,5 puntos)

$a)\ \sqrt[3]{16\,a^8b^2c^{20}} =$ $\qquad b)\ 3.\sqrt{2x^3y^4z^{10}} =$

9. Opera con raíces, y simplifica el resultado final sacado factores fuera si es posible: (1 punto)

$a)\ \sqrt[3]{2^5}.\sqrt[3]{128} : \sqrt[3]{2} =$

$b)\ \dfrac{\left(\sqrt[6]{2}\right)^2.\sqrt{\sqrt[3]{16}}}{\sqrt[6]{\frac{1}{8}}} =$

10. Expresa en notación científica e indica el orden de magnitud de: (1,25 puntos)

$a)\ 0{,}00012 =$

$b)\ 450.10^2 =$

$c)\ 2000.10^{-3} =$

$d) -0{,}013.10^{-4} =$

$e)\ \dfrac{3{,}4.10^2.7{,}3.10^3}{(200.10^{-2})^5} =$

11. Sin utilizar la calculadora, y sabiendo que $\sqrt{2} \approx 1{,}41$ y $\sqrt{3} \approx 1{,}7$, estima el valor de: (1 punto)

$a)\ \sqrt{8} =$ $\qquad b)\ \sqrt{300} =$ $\qquad b)\ \sqrt{98} =$ $\qquad c)\ \sqrt{18} =$

12. Introduce todos los factores posibles y agrupa el resultado: (1 punto)

$a)\ 8.a^3b^5.\sqrt[3]{2\,a^4bc^{15}} =$ $\qquad b)\ 10x^4z^5\sqrt{6x^{-1}y^3z^8} =$

13. Saca el máximo factor común posible, y resuelve:

$a)\ 3.7 - 4.7 + 7 =$

$b)\ 12 - 3 + 15 + 30 =$

$c)\ 24 + 30 - 42 + 12 =$

$d)\ 25 - 100 + 15 - 5 =$

14. Representa en la recta real:

$a)\ \frac{3}{5} \qquad b) -\frac{7}{3} \qquad c)\ \frac{100}{200} \qquad d) -\frac{1}{4}$

15. Ordena las siguientes fracciones de menor a mayor, poniéndolas con el mismo denominador:

$\frac{11}{24}, \ \frac{13}{27} \ y \ \frac{7}{16}$

Prueba 2 – Repaso general 1ªEV

1. Opera con fracciones: (1 punto)

$$a)\ \left(\frac{1}{2}-3\right):\frac{4}{5}-2\,.\left(\frac{1}{3}-\frac{9}{2}\cdot\frac{10}{27}+\frac{4}{3}\right)=\ -\frac{25}{8}$$

2. Aplica la propiedad distributiva para calcular: (1 punto)

$a)\ 2\,.(3-1+9)-4\,.(3-6)=34$

$b)\ 4\,.(-2+7-2)+8\,.(14:7)\,.6=108$

3. Calcula las siguientes raíces sin usar calculadora. (1,75 puntos)

$a)\ \sqrt[4]{81}\ =3$ $b)\ \sqrt[3]{-27}\ =-3$ $c)\ \sqrt{-4}\ =No\ existe\ sol.real$

$d)\sqrt{\frac{1}{25}}=\frac{1}{5}$ $e)\sqrt[3]{\frac{-125}{8}}=-\frac{5}{2}$ $f)\sqrt[81]{-1}\ =-1$ $g)\ \sqrt[7]{0}=0$

4. Una camiseta que cuesta ahora mismo 20 € sufrirá varios cambios en su precio en los próximos días. Primero, un aumento del 3%. Después, una rebaja del 3% y por último un encarecimiento del 15%.(1,5 p)
   a) ¿Cuál será su precio final? 22,98€
   b) Si su precio actual procede de una rebaja del 12%, ¿Cuánto costaba originalmente? 22,73€

5. Realiza las siguientes sumas de raíces, agrupando todo en un solo término: (1,5 puntos)

$a)\ 2\sqrt{50}+3\sqrt{18}-\frac{1}{2}\sqrt{8}=\ 18\sqrt{2}$

$b)\ \ 5.\sqrt[3]{24}+3.\sqrt[3]{81}-\ \sqrt[3]{375}\ =\ 14\sqrt[3]{3}$

$c)\ \sqrt{20}+3\sqrt{45}-\sqrt{27}+\ \sqrt{3}=11\sqrt{5}-2\sqrt{3}$

6. En una librería, un tercio de los libros son novelas, dos tercios de los que quedan son libros de divulgación científica y el resto son libros académicos. Si hay 68 libros académicos, (1,5 puntos)

   a) ¿Qué fracción del total corresponde a cada tipo? ¿Qué porcentaje?

   Novelas: $\frac{1}{3}$, 33.3% Div. científica: $\frac{4}{9}$, 44.4% Libros académicos: $\frac{2}{9}$, 22.2%

   b) ¿Cuántos libros hay en total? ¿Cuántos hay de divulgación científica?

   Total: 306 libros. Div. científica: 136

7. Opera en forma de única potencia: (1,5 puntos)

$a)\ \dfrac{2^7.(-4)^8.(-1^2)^5}{\left(-\frac{1}{8}\right).(-2)^0} = 2^{26}$ $\quad b)\ \dfrac{[(-125)^4]^3.5^{-1}}{(-25^0)^3.\left(\frac{1}{5}\right)^3} = -5^{38}$ $\quad c)\ \left(\dfrac{2}{3}\right)^4.\left(\dfrac{4}{9}\right)^5.\left(\dfrac{3}{2}\right)^2 = \left(\dfrac{2}{3}\right)^{12}$

8. Extrae todos los factores posibles de: (1,5 puntos)

$a)\ \sqrt[3]{16\,a^8b^2c^{20}} = 2a^2c^6\sqrt[3]{2a^2b^2c^2}$ $\qquad b)\ 3.\sqrt{2x^3y^4z^{10}} = 3xy^2z^5\sqrt{2x}$

9. Opera con raíces, y simplifica el resultado final sacado factores fuera si es posible: (1 punto)

$a)\ \sqrt[3]{2^5}.\sqrt[3]{128} : \sqrt[3]{2} = 8\sqrt[3]{4}$

$b)\ \dfrac{\left(\sqrt[6]{2}\right)^2.\sqrt{\sqrt[3]{16}}}{\sqrt[6]{\frac{1}{8}}} = 2\sqrt[6]{8}$

10. Expresa en notación científica e indica el orden de magnitud de: (1,25 puntos)

$a)\ 0{,}00012 = 1{,}2.10^{-4}$

$b)\ 450.10^2 = 4{,}5.10^4$

$c)\ 2000.10^{-3} = 2.10^0$

$d) -0{,}013.10^{-4} = -1{,}3.10^{-6}$

$e)\ \dfrac{3{,}4.10^2.7{,}3.10^3}{(200.10^{-2})^5} = 7{,}75.10^4$

11. Sin utilizar la calculadora, y sabiendo que $\sqrt{2} \approx 1{,}41$ y $\sqrt{3} \approx 1{,}7$, estima el valor de: (1 punto)

$a)\ \sqrt{8} \approx 2{,}82$ $\quad b)\ \sqrt{300} \approx 17$ $\quad b)\ \sqrt{98} \approx 9{,}87$ $\quad c)\ \sqrt{18} \approx 4{,}23$

12. Introduce todos los factores posibles y agrupa el resultado: (1 punto)

$a)\ 8.a^3b^5.\sqrt[3]{2\,a^4bc^{15}} = \sqrt[3]{2^{10}a^{13}b^{16}c^{15}}$ $\qquad b)\ 10x^4z^5\sqrt{6x^{-1}y^3z^8} = \sqrt{600x^7y^3z^{18}}$

13. Saca el máximo factor común posible, y resuelve:

$a)\ 3.7-4.7+7=\ 7(3-4+1)=7.0=0$

$b)\ 12-3+15+30=\ 3(4-1+5+10)=3.18=54$

$c)\ \ 24+30-42+12=6(4+5-7+2)=6.4=24$

$d)\ 25-100+15-5=\ 5(5-20+3-1)=5.(-13)=\ -65$

15. Ordena las siguientes fracciones de menor a mayor, poniéndolas con el mismo denominador:

$\frac{11}{24},\ \frac{13}{27}\ y\ \frac{7}{16}\ \ \rightarrow\ \frac{7}{16}<\frac{11}{24}<\frac{13}{27}$

Opera utilizando la jerarquía de operaciones, y simplificando cada fracción todo lo posible **durante el desarrollo de cada operación**. Expresa el resultado como fracción irreducible:

a) $\frac{2}{5}:\frac{1}{2}-\frac{4}{3}:\frac{1}{6}=$ *(Sol: -36/5)*

b) $-\frac{2}{5}+\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{5}-\frac{1}{3}\cdot\frac{6}{5}=$ *(Soluc: -8/15)*

c) $\frac{2}{3}-\left(2:\frac{4}{5}+\frac{1}{2}\right)=$ *(Sol: -7/3)*

d) $\frac{2}{3}+\left[1-\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{6}\right)\right]=$ *(Soluc: 13/12)*

e) $\frac{4}{5}-\frac{7}{3}\cdot\frac{3}{7}+\frac{1}{5}\left(2+\frac{1}{2}\right)-\frac{7}{3}+4:\frac{6}{5}=$ *(Soluc: 13/10)*

f) $\frac{2}{3}:\left[\frac{1}{3}\cdot\left(1-\frac{5}{3}+\frac{1}{2}\right)+5\right]=$ *(Sol: 12/89)*

Nivel básico

1. En una clase de 30 alumnos de tercero de la ESO se está llevando a cabo una discusión acalorada sobre las nuevas tecnologías. Cinco de los alumnos opinan que deberían prohibirse completamente hasta la mayoría de edad, mientras que diez de ellos están a favor de que cada persona decida hasta qué punto quiere relacionarse con ellas. Los demás tienen una postura más moderada, y opinan que su uso es beneficioso pero que debería regularse de alguna forma hasta los 18 años.

a) Expresa en forma de fracción irreducible qué parte de la clase que se sitúa en cada postura.
b) ¿Qué fracción del total no está completamente en contra de su uso antes de los 18 años?
c) ¿En cuál de los tres grupos te situarías tú?

2. Para jugar un partido de fútbol dos capitanes habéis formado equipos de edades mixtas. En un equipo hay 8 alumnos mayores de edad y 12 menores de edad, y en el otro hay 9 mayores de edad y 13 menores de edad. Para asegurarse de que sus fuerzas están aproximadamente igualadas, el entrenador revisa los equipos y os pregunta:

a) ¿Qué fracción de jugadores menores de edad hay en cada equipo? ¿En cuál de los dos hay mayor proporción de estos jugadores?
b) Considerando el total de jugadores de ambos equipos, ¿qué fracción de ellos son mayores de edad?
c) ¿Consideras que la edad es más importante que la experiencia de juego en un deporte?

3. En una sala hay un total de 294 cajas de cartón. Dos séptimos de todas las cajas contienen objetos de oro, un tercio del total de plata y el resto de bronce.

a) ¿Qué fracción del total de las cajas contiene objetos de bronce?
b) ¿Qué fracción del total de las cajas NO contiene oro?
b) ¿Cuántas cajas contienen objetos de oro, cuántas de bronce y cuántas de plata?

4. De los aproximadamente 200 huesos que hay en el cuerpo humano, la mitad están en los brazos, las manos y los hombros. Tres cuartos de los que quedan están en las piernas y los pies, y el resto en otras partes del cuerpo.

a) ¿Qué fracción del total están en las piernas y los pies? ¿Qué fracción del total no están ni en los miembros superiores ni en los inferiores?
b) ¿Cuántos huesos están en cada uno de los tres grupos señalados en el enunciado?
c) ¿Crees que alguno de los huesos o miembros del cuerpo humano desaparecerá en futuras generaciones?

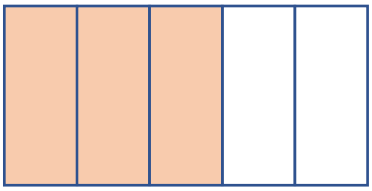
5. En un videojuego de realidad gráfica, cada jugador dispone de un total de 900 puntos de magia que le permiten realizar distintas acciones. En una partida, un jugador gasta un tercio de sus puntos en lanzar un hechizo de fuego, y dos quintos de los que quedan en formar nuevos magos. Si invierte todo lo que le queda en protegerse de un ataque sorpresa,

a) ¿Qué fracción del total de puntos ha gastado en cada cosa?
b) ¿Cuántos puntos ha gastado en cada cosa?
c) ¿Piensas que los videojuegos de realidad virtual pueden ser peligrosos para las personas?

Nivel medio

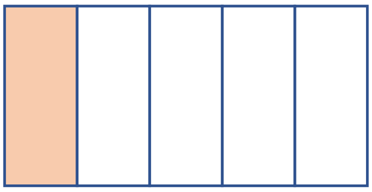
NOTA: Para estos problemas es necesario realizar un esquema en el momento en que se quiera relacionar una fracción con una cantidad real, para calcular el total. Por ejemplo, si se conoce que 3/5 de un total de objetos corresponden a 90 unidades de dichos objetos, para averiguar el total de objetos que hay:

1) Dibujamos el total dividido en 5 partes, y sombreamos los 3/5 que conocemos:



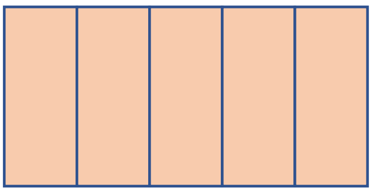
Estos 3/5 del total corresponden a 90 unidades.

2) Calculamos a cuántos objetos equivale una sola parte, 1/5:



Un quinto, 1/5 del total será 90:3 = 30 unidades.

3) Cuando ya sabemos lo que vale 1/5, lo multiplicamos por 5 para obtener el total, 5/5:



El total, 5/5, serán 30.5 = 150 unidades.

1. En un cajón hay bolígrafos rojos y negros. Los negros son 24, y constituyen dos quintos del total. Realiza un esquema y razona cuántos bolígrafos hay en total, y cuántos de ellos son rojos.

2. En una cena entre amigos algunos pagan con efectivo y otros con tarjeta. Del total de ellos, cinco séptimos paga con monedas y los otros 4 pagan con tarjeta.

   a) ¿Qué fracción de los amigos NO pagaron en efectivo?
   b) ¿Cuántos amigos fueron a cenar?
   c) En un futuro próximo, es posible que el dinero físico en monedas y billetes desaparezca. ¿Qué opinas sobre ello?

3. Un coleccionista de objetos bellos ha plantado en un terreno tres tipos de flores que se abren solo por la noche, y sólo durante unos minutos. Las de color azul claro se abren a las dos de la madrugada, y representan un tercio del total. De las demás, tres quintos son de color verde intenso y se abren a las cuatro de la madrugada. El resto de las flores, que son 40, son rosas y se abren a las seis de la madrugada.

   a) ¿Qué fracción del total de flores se abre a las cuatro de la madrugada? ¿Qué fracción se abre a las seis?
   b) ¿Qué fracción de las flores ya se habrá abierto esta noche a las cinco de la madrugada?
   c) ¿Cuántas flores habrá abiertas a las cuatro de la madrugada?
   d) ¿Conoces alguna flor que se abra solo de noche? Investiga sobre ello.

4. En un cajón se guardas especias de todos los países. Un quinto de los botes son especias chinas, un tercio son especias marroquíes, un séptimo son turcas y el resto, que son 68, son españolas.

   a) ¿Cuántos botes de especias hay en total?
   b) ¿Qué sabes de la ruta de las especias? ¿Crees que son algo valioso?

5. Mario paga una compra a plazos, pero el vendedor le ha puesto unas curiosas condiciones. Esta semana pagará la mitad de la deuda, la próxima, la mitad de la mitad; la siguiente, la mitad de la mitad de la mitad, y la última, los 20€ que faltan.

   a) ¿Cuánto tendrá que pagar en total?
   b) ¿Cuánto tendrá que pagar cada semana?
   c) ¿Crees que las fracciones son prácticas en el día a día? ¿Por qué crees que las estudiamos tan a fondo?

Nivel extremo

1. ¿Cuántas manzanas hay en un cesto si al distribuirlas entre seis personas, la primera recibe un tercio del total, la segunda un cuarto, la tercera un quinto, la cuarta un octavo, la quinta recibe diez manzanas, y queda aún una manzana para la sexta persona? *Problema de Metrodoro (500 d.C.)*

2. Un padre dejó al morir once camellos a sus tres hijos para que se los repartieran de esta forma:

- Al mayor le corresponderían la mitad de los camellos.
- Al mediano, la cuarta parte.
- Al pequeño, tan solo la sexta parte.

A la hora de ponerse a repartir los camellos se dieron cuenta de que 11 no era múltiplo de 2 ni de 4 ni de 6, así que era imposible realizar el reparto que quería su difunto padre.

Llamaron a un sabio, que después de analizar la situación y hacer unas pocas cuentas, se marchó. Al rato, regresó con su hermoso camello y les dijo: "Os traigo mi camello para que junto con los vuestros tengáis doce camellos. Haced el reparto y como os sobrará un camello, me vuelvo a llevar el mío y todos contentos".

a) ¿Tenía razón el sabio o les ha engañado?
b) ¿Cuántos camellos corresponden a cada hermano?

3. A Kala le gusta tomar una bebida india que está hecha a base de zumo de naranja y de limón. Un día llenó un recipiente hasta la mitad de zumo de naranja, y la otra mitad de limón. Después de agitarlo, tomó un tercio del total y luego lo volvió a llenar con zumo de limón. ¿Qué fracción de líquido había al final de zumo de naranja?

4. Una piscina vacía se llena con agua de un grifo A en 6 horas; otro grifo B la llena en 8 horas.

a) ¿Qué fracción de la piscina es capaz de llenar cada uno en una hora, de forma separada? ¿Y juntos?
b) ¿Cuánto tardará en llenarse la piscina entera con los dos grifos abiertos?

2020/
2021

Segunda Evaluación

- Monomios y polinomios
- Ecuaciones de primer y segundo grado
- Problemas de ecuaciones
- Proporcionalidad directa, inversa y compuesta
- Repartos proporcionales

TEMA 5: EXPRESIONES ALGEBRAICAS

PARTE 1 – CONCEPTOS BÁSICOS Y MONOMIOS

Conceptos básicos

1. Halla el valor de las siguientes expresiones algebraicas sustituyendo las incógnitas por los valores indicados.

$a)\;\; A(h,b,B) = \dfrac{(b+B)}{2}.h, \quad para\; b = 1, h = 3, B = 5$

$b)\;\; T(x,y) = \; 2x^3 + 2 - y^2, \quad calcula\;\; T(2{,}4)$

2. Relaciona cada monomio con su expresión algebraica correspondiente:

La suma de dos números consecutivos	$\sqrt{3n}$
Un número par	$n + 1 - n$
La unidad	$x + \dfrac{x}{2}$
El triple de la raíz de un número	$3\sqrt{n}$
Un número impar	$2n$
La raíz del triple de un número	$n + n + 1$
El doble de un número más su mitad	$2n + 1$

3. Expresa en lenguaje algebraico:

a) La mitad de la suma de dos números consecutivos.
b) La suma de tres números consecutivos, si el mediano es $\boldsymbol{x}$.
c) La edad que tenía una persona hace 20 años, si ahora tiene $\boldsymbol{x}$.
d) El doble de la edad que tendrá una persona dentro de 6 años, si ahora tiene $\boldsymbol{x}$**.**
e) Los segundos que llevas haciendo ejercicio, si llevas $\boldsymbol{x}$ horas e $\boldsymbol{y}$ minutos.
f) Un número par menos 3 unidades.
g) Un número impar mas 5 unidades.
h) La suma de un numero par con su número impar consecutivo.

1. Escribe el coeficiente, el grado y la parte literal de los siguientes monomios:

$a)\ 2x^3$ $\quad b)\ -4xy^6$ $\quad c)\ \frac{3}{4}ab^2c$ $\quad d)\ \frac{x}{2}$

$e)\ x^7y$ $\quad f)\ -x$ $\quad c)\ \frac{3t^2}{5}$ $\quad d)\ 19$

2. Realiza las siguientes operaciones con monomios, agrupando los términos semejantes:

$a)\ 3x^2 - \frac{5}{2}x^2 + \frac{3}{4}x^2 =$

$b)\ 6x^3 + 4x - 1 + 7x^2 - 3x^3 + 2x^3 + \frac{1}{2} =$

$c)\ 5xy - 3xy^2 + 6xy + 7x^2y - 2yx\ =$

$d)\ \frac{1}{3}ab^2 - \left(\frac{3}{2}ab^2 - ab^2\right) =$

3. Opera y simplifica:

$a)\ (6x^4y^3).\left(\frac{2}{3}y^5x\right) =$

$b)\ \left(-\frac{3}{2}ab\right).\left(\frac{4}{9}a\right) =$

$c)\ \left(\frac{7}{3}x\right).\left(\frac{15}{4}z^2y^4\right).(2zx^3) =$

$d)\ (-3t^4x)^2 =$

$d)\ \left(-\frac{5ba^7}{4}\right)^3 =$

$f)\ \left(2.\left(\frac{y^2}{4}\right)^3\right)^2 =$

$g)\ (40a^2b^7) : (8a^5b) =$

$h)\ \left(-\frac{3}{2}a^3b^4\right):\left(\frac{3}{4}a^3bc^2\right) =$

$i)\ \left(\frac{5}{2}x^3y\right):(10\,x^{12}y) =$

$j)\ (x^5) : \left(\frac{x^2}{2}\right) =$

1. Identifica el grado de los siguientes polinomios, y calcula $P(-1)$, $Q(2)$ y $R(-2)$:

$$P(x) = 3x^3 - \frac{x^2}{5} + 1$$

$$Q(x) = 2x^2 - 6x - 3$$

$$R(x) = 1 - \frac{x}{2}$$

2. Saca el máximo factor común posible en los siguientes polinomios:

$$S(a,b) = 6\ ab^3 - 24\ a^5b^2 + 12\ b^4a^2$$

$$T(x) = 8x^7 - 6x^5 - \frac{2x^2}{3}$$

$$U(x,y) = 35\ xy^2 - 5xy + 7x^5y^5$$

3. Dados los polinomios del ejercicio 1, realiza las siguientes operaciones:

$a)$ $3.P(x) - 4.R(x) =$

$b)$ $P(x) - [Q(x) - R(x)] =$

$c)$ $P(x).Q(x) =$

$d)\ [R(x)]^2 =$

$e)\ [Q(x)]^2 =$

4. Realiza las siguientes identidades notables:

$a)\ (1+x^5).(1-x^5) =$

$b)\ \left(\frac{xy^3}{2} - 5x\right)^2 =$

$c)\ \left(7x + \frac{3}{4}\right)^2 =$

$a)\ \left(4a^7b - \frac{b}{2}\right).\left(4a^7b + \frac{b}{2}\right) =$

5. Realiza las siguientes divisiones enteras (método de la caja):

$a)\ (2x^3 - x^2 + 6) : (x-3)$

$b)\ (7x^4 + 4x + 1) : (x^2 + x + 1)$

$c)\ (-3x^2 - 5x + 3) : (x^2 - 2)$

6. Realiza las siguientes divisiones por Ruffini:

$a)\ (2x^3 - x^2 + 6) : (x - 2)$

$b)\ (7x^4 + 4x + 1) : (x + 1)$

$c)\ (-3x^2 - 5x + 3) : (x - 4)$

TEMA 4: RAZÓN Y PROPORCIÓN

Porcentajes e índices de variación

1. En una bolsa hay 12 bolas blancas y 17 bolas azules. ¿Qué porcentaje del total de las bolas es azul?

TOTAL: 12 + 17 = 29 bolas

Porcentaje D nº bolas
100% —— 29
x —— 17

$29x = 100 \cdot 17$

$\boxed{x = 58'6\%}$

2. En la siguiente tabla se resumen los resultados de los finalistas de un torneo de tiro con arco.

	Centro diana	Diana	Corcho/suelo
Sara	3	8	2
Marcos	2	10	1
Melvin	4	5	3
Mara	1	8	3

a) Calcula el porcentaje de aciertos en el centro de la diana de cada jugador.
b) Calcula el porcentaje de fallos de cada jugador (corcho/suelo).
c) Si a los tiradores se les clasifica por un índice que se calcula como se indica a continuación, ¿quién es el mejor tirador?:

$$I = 2.\overset{x}{(\%centro)} + \overset{z}{\%diana} - 3.\overset{y}{(\%fallo)}$$

a) Cada uno tira 13 flechas en total.

Sara	Marcos	Melvin	Mara
total 13 — 100 centro diana 3 — x x = 23'1%	15'4%	30'8%	7'7%

Con el mismo cálculo

b) Con una regla de 3 análoga al ap. anterior:

Sara	Marcos	Melvin	Mara
100 — 13 y — 2 y = 15'4%	7'7%	23'1%	23'1%

c) Falta el %diana, sin dar en el centro:

Sara	Marcos	Melvin	Mara
13 — 100 8 — z z = 61'5%	76'9%	38'5%	61'5%

$I_{SARA}: 2.23'1 + 61'5 - 3.15'4 = 61'5$

$I_{MARCOS}: 2.15'4 + 76'9 - 3.7'7 = \boxed{84'6}$

$I_{MELVIN}: 2.30'8 + 38'5 - 3.23'1 = 30'8$

$I_{MARA}: 2.7'7 + 61'5 - 3.23'1 = 7'6$

$\boxed{\text{El mejor jugador es Marcos}}$

3. Una pieza de repuesto para un modelo de automóvil antiguo cuesta ahora 230 €. Cuando la retiran del mercado, su precio sube un 15 %, y en unas rebajas posteriores desciende un 5 %. Calcula el precio final de la pieza.

$$P_{final} = 230 \cdot \left(1 + \frac{15}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{5}{100}\right) = 230 \cdot 1'15 \cdot 0'95 = \boxed{265'45€}$$

4. Tras sufrir un encarecimiento del 10% en su precio, un reproductor de música cuesta 137 €. ¿Cuánto costaba originalmente?

$$137 = P_{inicial} \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right) \longrightarrow 137 = P_i \cdot 1'1$$

$$P_i = \frac{137}{1'1} = \boxed{124'5€}$$

5. Iván ha comprado 3 kilos de naranjas en el supermercado para hacer zumo con ellas y venderlo. Con esas naranjas obtiene 5 jarras de zumo, y consigue vender cada una a un precio de 5.50 €. Si Iván acaba con un 20% más de dinero del que se gastó en comprar las naranjas, ¿cuánto le costaron? ¿qué beneficio ha obtenido?

Total cobrado: $\overset{jarras}{5} \cdot 5'50 = 27'5€$ esto es un 20% mayor que lo que se gastó, luego:

$$Coste\ inicial \cdot \left(1 + \frac{20}{100}\right) = 27'5 \; ; \quad C_i = \frac{27'5}{1'2} = \boxed{22'9€}$$

Beneficio: $27'5 - 22'9 = \boxed{4'6€}$

6. Suponiendo que los siguientes números son índices de variación, indica si representan aumentos o disminuciones, y en qué porcentaje en cada caso:

a) 1.2 $\longrightarrow \%\ var = |1 - 1'2| \cdot 100 = |-0'2| \cdot 100 = 0'2 \cdot 100 = \boxed{20\%}$ ↑ aumento

b) 0.7 $\longrightarrow$ ↓ 30%

(Se puede deducir sin fórmula)

c) 0.05 $\longrightarrow$ ↓ 95%

$$\boxed{\%\ VAR = |1 - I_v| \cdot 100}$$

d) 1.05 $\longrightarrow$ ↑ 5%

e) 2 $\longrightarrow$ ↑ 100%

Magnitudes inversa o directamente proporcionales

1. Indica si los siguientes pares de magnitudes guardan algún tipo de relación de proporción entre sí:

a) El precio de una bolsa de chuches y los beneficios obtenidos al venderla. mag. directamente p. (D)
b) Los años de vida de un árbol y su altura. no hay relación de proporción (∄)
c) El número de personas pintando una pared y el tiempo necesario para completarla. mag. inversamente p. (I)
d) La temperatura del aire y el tiempo que tarda un bloque de hielo en derretirse. ∄
e) Los litros de gasolina que hay en el depósito de un vehículo y la distancia máxima que puede recorrer antes de quedarse sin combustible. D
f) El número de personas que alquilan un piso de precio fijo, y lo que le toca pagar a cada una. I
g) El número de páginas que tiene un libro, y su grosor. D
h) El número de páginas que tiene un libro, y su precio. ∄

2. En las siguientes tablas se representan valores correspondientes a dos magnitudes A y B. Averigua si guardan alguna relación de proporción, y en caso de que sí calcula la constante de proporcionalidad:

a)

A	0.1	-0.3	2
B	5	-1.666...	0,25

inversamente prop. (I)

$0'1 \cdot 5 = 0'5$ $(-0'3) \cdot (-1'\hat{6}) = 0'5$ $2 \cdot 0'25 = 0'5$

$\boxed{K = 0'5}$

b)

A	4.2	4.7	4.9
B	12.6	14.1	12

No hay relación de proporción (ni su producto ni su división dan siempre el mismo nº)

c)

A	2	3	5
B	-7	-10.5	-17.5

directamente prop. (D)

$\frac{2}{-7} = -0'29$ $\frac{3}{-10'5} = -0'29$ $\frac{5}{-17'5} = -0'29$ $\boxed{K = -0'29}$

3. En la siguiente tabla A y B representan dos magnitudes directamente proporcionales. Rellena los espacios que están en blanco con los valores correspondientes.

A	-2	y = -6'84	8	12
B	x = -1'75	-6	7	z = 10'5

$\frac{-2}{x} = 1'14$ $\frac{y}{-6} = 1'14$ $K = \frac{8}{7} = \boxed{1'14}$ $\frac{12}{z} = 1'14$

4. En la siguiente tabla A y B representan dos magnitudes inversamente proporcionales. Rellena los espacios que están en blanco con los valores correspondientes.

A	2	x = 1'3	7	11
B	4	6	y = 1'14	z = 0'7

$K = 2 \cdot 4 = \boxed{8}$ $x \cdot 6 = 8$ $7 \cdot y = 8$ $11 \cdot z = 8$

$x = 1'3$ $y = 1'14$ $z = 0'7$

5. En un plano de una ciudad, una calle de 350 metros de longitud mide 2.8 cm. ¿Cuánto medirá sobre ese plano otra calle de 200 metros?

l. real	D	l. mapa
350m		2'8cm
200 m		x

250. x = 200.2'8

$\boxed{x = 3'73cm}$

6. Una piscina portátil ha tardado en llenarse seis horas utilizando cuatro grifos iguales. ¿Cuántos grifos más serán necesarios para llenarla en dos horas?

nº Grifos	I	tiempo llenado
4		6h
x		2h

4.6 = x.2

x = 12 grifos

12 − 4 = 8 grifos más hacen falta

Problemas de proporcionalidad compuesta

1. Tres obreros trabajando 8 horas diarias tardan en hacer un trabajo en 15 días. ¿Cuántos días tardarán en hacer el mismo trabajo 5 obreros si trabajan 9 horas diarias?

Horas al día	I	nº obreros	I	nº días
8		3		15
9		5		x

8.3.15 = 9.5.x

$\boxed{x = 8 \text{ días}}$

errata del enunciado

2. Con 12 kg de pienso, 9 conejos comen durante 6 días. ¿Cuántos días tardarán 8 conejos en comerse 8 kg de pienso?

Kg de pienso	D	nº conejos	I	nº días
12		9		6
8		8		x

12. 8. x = 8.9.6

$\boxed{x = 4'5 \text{ días}}$

3. Una pieza de tela de 2,5 m de larga y 80 cm de ancha cuesta 30 €. ¿Cuánto costará otra pieza de tela de la misma calidad de 3 m de larga y 1,20 m de ancha?

Largo	D	Precio	D	Ancho
2'5m		30€		0'80cm
3m		x		1'20m

2'5. x. 0'80 = 3. 30. 1'20

$\boxed{x = 54€}$

Repartos directa o inversamente proporcionales

1. Unos amigos quieren repartir 1000 euros de un premio de manera inversamente proporcional a las veces que han llegado tarde a las citas. Si Juan ha llegado tarde 2 veces, Marta 3 veces y Lucas 5 veces, ¿cuánto le corresponde a cada uno?

TOTAL : 1000 €

483'9€ ← Juan → 2 → $\frac{K}{2}$
322'6€ ← Marta → 3 → $\frac{K}{3}$
193'5€ ← Lucas → 5 → $\frac{K}{5}$

$\frac{K}{2} + \frac{K}{3} + \frac{K}{5} = 1000$; $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right) \cdot K = 1000$

$\left(\frac{15+10+6}{30}\right) K = 1000$; $\frac{31}{30} K = 1000$; $\boxed{K = 967'7}$

2. Tres amigos alquilan un coche para unas vacaciones en la playa durante 12 días. Pedro ha estado solo 2 días en la playa, Juan 3 días y Antonio 7 días. El importe del alquiler asciende a 264 euros. ¿Cuánto debe pagar cada uno? Reparto directamente proporcional (si te quedas el doble, pagas el doble).

TOTAL : 264 €

44€ ← Pedro → 2 → 2K
66€ ← Juan → 3 → 3K
154€ ← Antonio → 7 → 7K

$2K + 3K + 7K = 264$

$12K = 264$

$K = 22$

3. María, Rosa y Clara han cobrado por un trabajo 34.400 euros. Rosa ha trabajado 7 horas, María 5 horas más que Rosa y Clara 4 horas menos que María. ¿Qué sueldo le corresponde a cada una? Reparto direct. prop.

TOTAL: 34.400 €

8918'5 € ← Rosa → 7 → 7K
15289'2 € ← María → 7 + 5 = 12 → 12K
10192'8 € ← Clara → 12 − 4 = 8 → 8K

$7K + 12K + 8K = 34400$

$27K = 34400$

$K = 1274'1$

TEMA 5: EXPRESIONES ALGEBRAICAS

PARTE 1 – CONCEPTOS BÁSICOS Y MONOMIOS

Conceptos básicos

1. Halla el valor de las siguientes expresiones algebraicas sustituyendo las incógnitas por los valores indicados.

$a)\ \ A(h,b,B) = \frac{(b+B)}{2}.h, \quad para\ b = 1, h = 3, B = 5$

$A(3,1,5) = \frac{(1+5)}{2}.3 = \frac{6}{2}.3 = \boxed{9}$

$b)\ \ T(x,y) = 2x^3 + 2 - y^2, \quad calcula\ \ T(2,4)$

$T(2,4) = 2.2^3 + 2 - 4^2 = 2.8 + 2 - 16 = \boxed{2}$

2. Relaciona cada monomio con su expresión algebraica correspondiente:

La suma de dos números consecutivos	$\sqrt{3n}$
Un número par	$n + 1 - n$
La unidad	$x + \frac{x}{2}$
El triple de la raíz de un número	$3\sqrt{n}$
Un número impar	$2n$
La raíz del triple de un número	$n + n + 1$
El doble de un número más su mitad	$2n + 1$

3. Expresa en lenguaje algebraico:

a) La mitad de la suma de dos números consecutivos. $\frac{n+n+1}{2}$

b) La suma de tres números consecutivos, si el mediano es x. $(x-1)+x+(x+1)$

c) La edad que tenía una persona hace 20 años, si ahora tiene x. $x-20$

d) El doble de la edad que tendrá una persona dentro de 6 años, si ahora tiene x. $2.(x+6)$

e) Los segundos que llevas haciendo ejercicio, si llevas x horas e y minutos. $60.y + 60.60.x$

f) Un número par menos 3 unidades. $2n-3$

g) Un número impar mas 5 unidades. $2n+1+5$

h) La suma de un numero par con su número impar consecutivo. $2n+(2n+1)$

Operaciones con monomios

1. Escribe el coeficiente, el grado y la parte literal de los siguientes monomios:

a) $2x^3$
coef: 2
grado: 3
p. literal: x^3

b) $-4xy^6$
c: -4
g: 7
p.l.: xy^6

c) $\frac{3}{4}ab^2c$
c: 3/4
g: 4
p.l.: ab^2c

d) $\frac{x}{2}$
c: $\frac{1}{2}$
g: 1
p.l.: x

e) x^7y
c: 1
g: 8
p.l.: x^7y

f) $-x$
c: -1
g: 1
p.l.: x

c) $\frac{3t^2}{5}$
c: 3/5
g: 2
p.l.: t^2

d) 19
c: 19
g: 0
p.l.: No tiene

2. Realiza las siguientes operaciones con monomios, agrupando los términos semejantes:

a) $3x^2 - \frac{5}{2}x^2 + \frac{3}{4}x^2 = \left(3 - \frac{5}{2} + \frac{3}{4}\right) \cdot x^2 = \frac{12-10+3}{4} \cdot x^2 = \boxed{\frac{5}{4}x^2}$

b) $6x^3 + 4x - 1 + 7x^2 - 3x^3 + 2x^3 + \frac{1}{2} = (6-3+2)x^3 + 7x^2 + 4x + \left(\frac{1}{2} - 1\right) =$
$= \boxed{5x^3 + 7x^2 + 4x - \frac{1}{2}}$

c) $5xy - 3xy^2 + 6xy + 7x^2y - 2yx = (5+6-2)xy - 3xy^2 + 7x^2y =$
$= \boxed{9xy - 3xy^2 + 7x^2y}$

d) $\frac{1}{3}ab^2 - \left(\frac{3}{2}ab^2 - ab^2\right) = \frac{1}{3}ab^2 - \frac{3}{2}ab^2 + ab^2 = \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{2} + 1\right)ab^2 =$
$= \frac{2-9+6}{6} \cdot ab^2 = -\frac{1}{6} \cdot ab^2 = \boxed{-\frac{ab^2}{6}}$

3. Opera y simplifica:

a) $(6x^4y^3) \cdot \left(\frac{2}{3}y^5x\right) =$
$= \frac{12}{3} \cdot x^5 \cdot y^8 = \boxed{4x^5y^8}$

b) $\left(-\frac{3}{2}ab\right) \cdot \left(\frac{4}{9}a\right) =$
$= -\frac{12}{18}a^2b = \boxed{-\frac{2}{3}a^2b}$

c) $\left(\frac{7}{3}x\right) \cdot \left(\frac{15}{4}z^2y^4\right) \cdot (2zx^3) =$
$= \frac{210}{12} \cdot x^4 \cdot y^4 \cdot z^3 = \boxed{\frac{35}{2}x^4y^4z^3}$

d) $(-3t^4x)^2 = \boxed{9t^8x^2}$

$d)\ \left(-\frac{5ba^7}{4}\right)^3 = \boxed{-\frac{125}{64}b^3.a^{21}}$

$f)\ \left(2.\left(\frac{y^2}{4}\right)^3\right)^2 = \left(2.\frac{y^6}{64}\right)^2 =$

$= \left(\frac{y^6}{32}\right)^2 = \boxed{\frac{y^{12}}{1024}}$

Me vale cualquiera de los dos.

$g)\ (40a^2b^7) : (8a^5b) =$

$= \frac{40.a^2b^7}{8a^5b} = \boxed{5.a^{-3}b^6} = \boxed{\frac{5b^6}{a^3}}$

$h)\ \left(-\frac{3}{2}a^3b^4\right) : \left(\frac{3}{4}a^3bc^2\right) =$

$\left(-\frac{3}{2} : \frac{3}{4}\right)\cdot\frac{a^3b^4}{a^3bc^2} = -\frac{12}{6}\cdot\frac{b^3}{c^2} = \boxed{-\frac{2b^3}{c^2}}$

$i)\ \left(\frac{5}{2}x^3y\right) : (10\,x^{12}y) =$

$= \left(\frac{5}{2} : \frac{10}{1}\right)\frac{x^3y}{x^{12}y} = \frac{5}{20}\cdot\frac{1}{x^9} = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{x^9} = \boxed{\frac{1}{4x^9}}$

$j)\ (x^5) : \left(\frac{x^2}{2}\right) =$

$= \left(\frac{1}{1} : \frac{1}{2}\right)\frac{x^5}{x^2} =$

$= \frac{2}{1}.x^3 = \boxed{2x^3}$

REPASO TEMA 5: POLINOMIOS

1. Identifica el grado de los siguientes polinomios, y calcula $P(-1)$, $Q(2)$ y $R(-2)$:

$P(x) = 3x^3 - \frac{x^2}{5} + 1 \to$ grado 3 ; $P(-1) = 3\cdot(-1)^3 - \frac{(-1)^2}{5} + 1 = -3 - \frac{1}{5} + 1 = \boxed{-\frac{11}{5}}$

$Q(x) = 2x^2 - 6x - 3 \to$ grado 2 ; $Q(2) = 2\cdot 2^2 - 6\cdot 2 - 3 = \boxed{-7}$

$R(x) = 1 - \frac{x}{2} \to$ grado 1 ; $R(-2) = 1 - \frac{(-2)}{2} = 1 + 1 = \boxed{2}$

2. Saca el máximo factor común posible en los siguientes polinomios:

$S(a,b) = 6\,ab^3 - 24\,a^5b^2 + 12\,b^4a^2 = 6ab^2\cdot(b - 4a^4 + 2b^2a)$

$T(x) = 8x^7 - 6x^5 - \frac{2x^2}{3} = 2x^2\cdot\left(4x^5 - 3x^3 - \frac{1}{3}\right)$

$U(x,y) = 35\,xy^2 - 5xy + 7x^5y^5 = xy\,(35y - 5 + 7x^4y^4)$

3. Dados los polinomios del ejercicio 1, realiza las siguientes operaciones:

a) $3.P(x) - 4.R(x) = 3\cdot\left(3x^3 - \frac{x^2}{5} + 1\right) - 4\cdot\left(1 - \frac{x}{2}\right) = 9x^3 - \frac{3x^2}{5} + 3 - 4 + \frac{4x}{2} =$

$= \boxed{9x^3 - \frac{3x^2}{5} + 2x - 1}$

b) $P(x) - [Q(x) - R(x)] = P(x) - Q(x) + R(x) = 3x^3 - \frac{x^2}{5} + 1 - (2x^2 - 6x - 3)$

$+ 1 - \frac{x}{2} = 3x^3 - \frac{x^2}{5} + 1 - 2x^2 + 6x + 3 + 1 - \frac{x}{2} = \boxed{3x^3 - \frac{11}{5}x^2 + \frac{11}{2}x + 5}$

$-\frac{1}{5} - 2 = \frac{-11}{5}$ $\qquad 6 - \frac{1}{2} = \frac{11}{2}$

c) $P(x).Q(x) = \left(3x^3 - \frac{x^2}{5} + 1\right)\cdot\left(2x^2 - 6x - 3\right) = 6x^5 - 18x^4 - 9x^3 - \frac{2}{5}x^4 + \frac{6}{5}x^3$

$+ \frac{3}{5}x^2 + 2x^2 - 6x - 3 = \boxed{6x^5 - \frac{92}{5}x^4 - \frac{39}{5}x^3 + \frac{13}{5}x^2 - 6x - 3}$

$d)\ [R(x)]^2 = \left(1-\frac{x}{2}\right)^2 = 1^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 - 2.1.\frac{x}{2} = \boxed{1+\frac{x^2}{4}-x}$

$e)\ [Q(x)]^2 = (2x^2-6x-3)^2 = (2x^2-6x-3).(2x^2-6x-3) =$

No se puede hacer i. notable porque hay 3 términos

$= 4x^4 - 12x^3 - 6x^2 - 12x^3 + 36x^2 + 18x - 6x^2 + 18x + 9 =$

$= \boxed{4x^4 - 24x^3 + 24x^2 + 36x + 9}$

4. Realiza las siguientes identidades notables:

$a)\ (1+x^5).(1-x^5) = 1^2 - (x^5)^2 = \boxed{1-x^{10}}$

$b)\ \left(\frac{xy^3}{2} - 5x\right)^2 = \left(\frac{xy^3}{2}\right)^2 + (5x)^2 - 2.\frac{xy^3}{2}.5x = \boxed{\frac{x^2.y^6}{4} + 25x^2 - 5x^2y^3}$

$c)\ \left(7x + \frac{3}{4}\right)^2 = (7x)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 + 2.7x.\frac{3}{4} = \boxed{49x^2 + \frac{9}{16} + \frac{21x}{2}}$

$a)\ \left(4a^7b - \frac{b}{2}\right).\left(4a^7b + \frac{b}{2}\right) = (4a^7b)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \boxed{16a^{14}b^2 - \frac{b^2}{4}}$

5. Realiza las siguientes divisiones enteras (método de la caja):

$a)\ (2x^3 - x^2 + 6) : (x-3)$

$2x^3 - x^2\ \square\ + 6 \quad | \ x-3$

$-2x^3 + 6x^2 \qquad 2x^2 + 5x + 15$

Cociente

$/\ \ 5x^2\ \square\ + 6$

$-5x^2 + 15x$

$/\ \ 15x + 6$

$-15x + 45$

51

Resto

$b)\ (7x^4 + 4x + 1) : (x^2 + x + 1)$

$7x^4\ \square\ \square\ 4x + 1 \quad | \ x^2 + x + 1$

$-7x^4 - 7x^3 - 7x^2 \qquad 7x^2 - 7x$

Cociente

$/\ \ -7x^3 - 7x^2 + 4x + 1$

$7x^3 + 7x^2 + 7x$

$/\ \ /\ \ 11x + 1$

Resto

$c)$ $(-3x^2 - 5x + 3) : (x^2 - 2)$

$$\begin{array}{rrr|l} -3x^2 & -5x & +3 & x^2-2 \\ \cline{4-4} 3x^2 & & -6 & -3 \\ \cline{1-3} / & -5x & -3 & \end{array}$$

Cociente

Resto

6. Realiza las siguientes divisiones por Ruffini:

$a)$ $(2x^3 - x^2 + 6) : (x - 2)$

	2	-1	0	6
2		4	6	12
	2	3	6	18

Resto

$2x^2 + 3x + 6$ Cociente

$b)$ $(7x^4 + 4x + 1) : (x + 1)$

	7	0	0	4	1
-1		-7	7	-7	
	7	-7	7	-3	1

Resto

$7x^3 - 7x^2 + 7x - 3$

Cociente

$c)$ $(-3x^2 - 5x + 3) : (x - 4)$

	-3	-5	3
4		-12	-68
	-3	-17	-65

Resto

$-3x - 17$ Cociente

Realiza estos ejercicios de repaso en tu cuaderno, copiando el título de la hoja pero no los enunciados. Al final de la hora de matemáticas se abrirá un fichero con las soluciones, para que puedas comparar tus resultados.

1. Ana decide medir la longitud de distintos objetos comparándolos con su sacapuntas. Expresa las longitudes de los siguientes objetos teniendo en cuenta que el sacapuntas mide *x* cm de largo.

a. La goma mide 1 cm más que el largo del sacapuntas. $x+1$
b. El estuche mide 12 cm más que la goma. $x+13$
c. Al compás le faltan 4 cm para medir como el estuche. $x+9$
d. El lápiz mide la mitad que el compás. $\frac{x+9}{2}$
e. La calculadora mide el triple que el sacapuntas. $3x$
f. La agenda mide 10 cm más que la calculadora. $3x+10$

2. Expresa algebraicamente las siguientes operaciones.

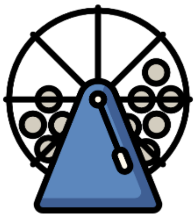
a. La mitad del cuadrado de un número “x” $\frac{x^2}{2}$
b. El triple del resultado de restar 5 unidades a un número $3(x-5)$
c. El cubo de un número más la quinta parte del mismo número $x^3+\frac{x}{5}$
d. El cuadrado de la tercera parte de un número $\left(\frac{x}{3}\right)^2$
e. La cuarta parte de un número más el doble de dicho número $\frac{x}{4}+2x$

3. Halla el valor numérico de las expresiones para los valores que se indican.

$$Q(x,y)=3xy^2-7x+5xy-4y$$
$$R(y,z)=8y^3z+6y^2+z-3$$
$$S(x,z)=-x^4+6x^2z+xz-3z$$

a) $Q(2,-1)$ **b)** $R(0,-2)$ **c)** $S(-3,2)$

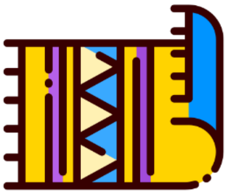
Soluciones: $Q(2,-1)=-14$ $R(0,-2)=-5$ $S(-3,2)=15$



4. Tres amigos han comprado un décimo de lotería de Navidad que resultó ser premiado con 50.000 euros. El primero de ellos participó con 9 euros, el segundo con 7 euros y el tercero con 4 euros. Dado que el reparto debe ser directamente proporcional, ¿qué cantidad del premio le corresponde a cada uno de los amigos?

Amigo de 9 euros -> Le tocan 22500 €
Amigo de 7 euros 17500 €
Amigo de 4 euros -> Le tocan 10000 €

5. Una tienda de alfombras fija el precio de sus artículos proporcionalmente a su ancho y a su largo. Si una alfombra que mide 3,6 m de largo y 0,8 m de ancho cuesta 120 €, ¿cuánto costará otra alfombra del mismo material que mide 2,4 m de largo y 1,2 m de ancho?



Casualmente, cuesta lo mismo: 120€

FICHA DE **CONSOLIDACIÓN** Problemas con ecuaciones

1. **Si sumamos 5 unidades al doble de un número, se obtiene el mismo resultado que si le sumamos 7 unidades a ese número. ¿Cuál es dicho número?**

2. **La diferencia entre la cuarta y la quinta parte de un número es 20. Halla dicho número.**

3. **La suma de tres números impares consecutivos es 177. Halla esos tres números.**

4. **En un taller se han contado 42 vehículos en total, sabiendo que hay motos y coches. Y si cuentas sus ruedas hay un total de 108. ¿Cuántas motos y cuántos coches hay en el taller?**

5. **Mi padre tiene 6 años más que mi madre. ¿Qué edad tiene cada uno si dentro de 9 años la suma de sus edades será de 84 años?**

6. **Comenzamos un viaje con el depósito del coche lleno hasta la mitad. Supongamos que al llegar hemos gastado 1/3 del combustible que llevábamos. Si al final quedaron 20 l, ¿cuál es la capacidad del depósito?**

7. **Calcular el lado de un cuadrado tal que, si aumentamos éste en 1 m, su perímetro se duplica.**

8. **Encontrar dos números consecutivos cuya suma sea 77, planteando una ecuación algebraica.**

9. **Juan ha leído ya la quinta parte de un libro. Cuando lea 90 páginas más, todavía le quedará la mitad del libro. ¿Cuántas páginas tiene el libro? ¿Cuántas páginas lleva leídas?**

10. **Un frutero vende en un día las dos quintas partes de una partida de naranjas. Además, se le estropean 8 kg, de forma que al final le quedan la mitad de naranjas que tenía al comenzar la jornada. ¿Cuántos kg tenía al principio?**

11. **Juan tiene 45 € y Rosa 30 €. Después de comprar los dos el mismo libro a Juan le queda el doble de dinero que a Rosa. ¿Cuál es el precio del libro?**

12. **En un corral hay conejos y gallinas, que hacen un total de 61 cabezas y 196 patas. Hallar el número de conejos y gallinas.**

13. **Un padre tiene el doble de edad que su hijo. Hace 17 años, tenía el triple. Hallar la edad de ambos.**

14. **Calcular las dimensiones de un rectángulo cuyo perímetro mide 80 m y la altura es 2/3 de la base.**

15. **La edad actual de Luis es el doble que la de su hermano pequeño. Hace 7 años la suma de sus edades era igual a la edad actual de Luis. Hallar ambas edades.**

16. **Un hotel tiene habitaciones dobles y sencillas. Tiene en total 50 habitaciones y 87 camas. ¿Cuántas habitaciones tiene de cada tipo?**

FICHA DE **CONSOLIDACIÓN** Problemas con ecuaciones

17. Javier tiene 27 años más que su hija Nuria. Dentro de ocho años, la edad de Javier doblará la de Nuria. ¿Cuántos años tiene cada uno?

18. En una clase el 70% son chicos. Además, se sabe que hay 12 chicas menos que chicos. ¿Cuántas chicas y chicos hay?

19. Un padre tiene 49 años y su hijo 11. ¿Dentro de cuántos años la edad del padre será el triple de la edad del hijo?

20. Un padre, preocupado por motivar a su hijo en Matemáticas, se compromete a darle 1 € por problema bien hecho, mientras que, si está mal, el hijo le devolverá 0,5 €. Después de realizar 60 problemas, el hijo ganó 30€ ¿Cuántos problemas resolvió correctamente?

21. Entre la bolsa A y la bolsa B hay un total de 80 bolas. Si pasáramos 10 bolas de la B a la A, el número de bolas de la bolsa A sería el triple del de la bolsa B ¿Cuántas bolas hay en cada bolsa?

22. ¿Cuál era el precio original de un ordenador que está rebajado un 18% si me ha costado en las rebajas 900 €?

23. Lucía ayuda a su padre, que trabaja en una óptica, a limpiar las lentes de los artículos que hay en el escaparate: telescopios, prismáticos y gafas de sol. Cada telescopio tiene 5 lentes, cada prismático tiene 4, y todas las gafas tienen 2. Si hay la mitad de prismáticos que de gafas, y la quinta parte de telescopios que de prismáticos, ¿cuántos artículos hay de cada tipo si Lucía ha limpiado un total de 90 lentes?

24. Juan pierde los 3/8 de las canicas que tenía, con lo cual le quedan 10. ¿Cuántas canicas tenía al principio?

REPASO GLOBAL 2ª EVALUACIÓN – MATEMÁTICAS 2ºESO

PARA AQUEL O AQUELLA QUE QUIERA CERCIORARSE DE TENER EL EXAMEN BIEN PREPARADO:

Querido alumno/a. Aquí se te presenta una pequeña colección de ejercicios, con un ejercicio representativo de cada parte del temario. Sin embargo, como ya intuirás, no incluye todos los casos y sutilezas que pueden aparecer en el día a día. Para profundizar en aquellas partes que no controles bien, debes acudir al cuaderno y practicar los ejercicios que hemos hecho en clase. Esa y solo esa es la manera de asegurarte una buena experiencia en el global de matemáticas del próximo día 16 de marzo… Buena suerte, y felices cálculos.

Tu profesora.

TEMA 4: PROPORCIONALIDAD

1. Indica qué tipo de relación existe entre los siguientes pares de magnitudes (directamente proporcional, inversamente proporcional o ninguna de las dos). Añade al final tres ejemplos más de tu invención:

   A) El número de horas dedicadas a estudiar matemáticas y la nota obtenida en el examen final.
   B) El número de mangueras abiertas y la cantidad de litros de agua totales que se expulsan.
   C) El número de kilómetros por hora a los que se circula y el tiempo que se tarda en llegar a cierto destino.
   D) El número de kilómetros por hora a los que se circula y el número de kilómetros recorridos en un día.
   E) El número de decibelios a los que se habla y la atención que se obtiene por parte de los oyentes.
   F) El número de grifos iguales abiertos y el tiempo que tardan en llenar una bañera.
   *G) EJEMPLO DE MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES:*____
   *H) EJEMPLO DE MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES:*____
   *I) EJEMPLO DE MAGNITUDES NO PROPORCIONALES:*____

2. Se tienen en una finca tres máquinas cortacésped que tardan aproximadamente 45 minutos en segar 100 m^2 de terreno. ¿Cuántas máquinas del mismo tipo harán falta para segar los 200 m^2 del vecino en 15 minutos?

3. Una gata quiere repartir 33 lametones entre sus 3 gatitos de forma inversamente proporcional al número de bostezos que han emitido en los últimos minutos. Si el gatito blanco ha bostezado 3 veces, el gris 2 veces y el rayado sólo una vez, ¿Cuántos mimos le tocarán a cada uno?

4. La Unión Europea va a invertir 8.000 millones de euros en empresas de tres países de forma directamente proporcional a su PIB (Producto Interior Bruto). Si en 2020 Portugal tuvo un PIB de 202.709 millones de euros, España un PIB de 1.119.976 millones de euros e Italia un PIB de 1.651.595 millones de €, ¿Cuánto le corresponderá a cada uno?

TEMA 5: EXPRESIONES ALGEBRAICAS

5. Señala cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, y escribe un ejemplo o contraejemplo que respalde tu respuesta:

   a) En un monomio nunca puede haber una fracción.
   b) Un monomio tiene como grado la suma de los exponentes de todas sus incógnitas.
   c) El grado de un polinomio se calcula sumando el grado de cada uno de sus monomios.
   d) El cuadrado de un número más su quinta parte se puede escribir: $n^2 + 1/5$.
   e) Dado un polinomio $P(x)$, la cantidad $P(2)$ es el valor del mismo cuando $x = 2$.
   f) El monomio de mayor grado que aparece tras multiplicar dos polinomios de grado 2 y 3 es de grado 5.

6. Dados P(x), R(x) y S(x) los descritos a continuación, realiza las operaciones indicadas en cada apartado.

$P(x) = \ 2x^3 - 3x + 1$

$R(x) = x^2 + 6x + 2$

$S(x) = x - 3$

$a)\ 2P(x) - R(x)$

$b)\ P(x).S(x) + 3R(x)$

$c)\ [R(x)]^2$

$d)\ [S(x)]^3$

$e)\ P(x){:}\,(2x)\ división\ de\ polinomio\ entre\ monomio$

$f)\ P(x){:}\,R(x)\ división\ entera$

$f)\ P(x){:}\,S(x)\ división\ por\ Ruffini$

$g)\ P(-1) + 2R(2) - S(0)$

7. Desarrolla las siguientes identidades notables:

$a)\ (2x + 3)^2 =$

$b)\ (x - 5)^2 =$

$c)\ \left(6x - \frac{a}{2}\right).\left(6x + \frac{a}{2}\right) =$

$d)\ (-x - 1)^2 =$

TEMA 6: ECUACIONES

8. Comprueba (sin resolverlas) si $x = 2$ es solución de alguna de estas cuatro ecuaciones:

$a)\ 2x + 5(x - 2) = 4x - 4$

$b)\ \frac{x}{2} - \frac{x + 4}{3} = x - 4$

$c)\ x^2 + 3x + 2 = 0$

$d)\ x^3 - 4x^2 + 5x = 2$

9. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado:

$a)\ 4x - 1 - \frac{6x}{4} = 2x - \frac{x - 2}{2}$

$b)\ 2\left(\frac{3x + 5}{2} - \frac{x - 3}{3}\right) - 4x = 3x + \frac{5}{6}$

$c)\ 2x^2 + 8x + 4 = \ 2.(x + 1)^2$

10. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer y segundo grado, indicando de qué tipo es cada una:

$a)$ $2(x-1)+5x=3x-1$

$b)$ $3(x-1)-5(2x-5)=-x+4$

$c)$ $2x-\frac{x+5}{2}=\frac{1}{2}(x-2)-\frac{3}{2}$

$d)$ $x(x-1)=x^2+4x+20$

$e)$ $x^2-2x+4=2(x^2-x)$

$f)$ $x^2+3x=2x(x+1)$

$g)$ $x^2+1=2x^2-24$

$h)$ $x^2-1=2(x-1)(x+2)+3$

$i)$ $(2x-1)(x-5)=0$

$j)$ $\frac{x(x-1)}{4}=\frac{x^2+5}{3}$

$k)$ $\frac{x(x-1)}{2}=\frac{x+2}{4}$

$l)$ $25(x+3)(4x-20)=0$

11. Se dan por practicados los problemas de primer y segundo grado. Para más información, véanse las últimas semanas del cuaderno de matemáticas.

REPASO GLOBAL 2ª EVALUACIÓN – MATEMÁTICAS 2ºESO

PARA AQUEL O AQUELLA QUE QUIERA CERCIORARSE DE TENER EL EXAMEN BIEN PREPARADO:

Querido alumno/a. Aquí se te presenta una pequeña colección de ejercicios, con un ejercicio representativo de cada parte del temario. Sin embargo, como ya intuirás, no incluye todos los casos y sutilezas que pueden aparecer en el día a día. Para profundizar en aquellas partes que no controles bien, debes acudir al cuaderno y practicar los ejercicios que hemos hecho en clase. Esa y solo esa es la manera de asegurarte una buena experiencia en el global de matemáticas del próximo día 16 de marzo... Buena suerte, y felices cálculos.

Tu profesora.

TEMA 4: PROPORCIONALIDAD

1. Indica qué tipo de relación existe entre los siguientes pares de magnitudes (directamente proporcional, inversamente proporcional o ninguna de las dos). Añade al final tres ejemplos más de tu invención:

A) El número de horas dedicadas a estudiar matemáticas y la nota obtenida en el examen final. No proporcionales
B) El número de mangueras abiertas y la cantidad de litros de agua totales que se expulsan. Directamente p.
C) El número de kilómetros por hora a los que se circula y el tiempo que se tarda en llegar a cierto destino. Inversamente p.
D) El número de kilómetros por hora a los que se circula y el número de kilómetros recorridos en un día. Directamente p.
E) El número de decibelios a los que se habla y la atención que se obtiene por parte de los oyentes. No proporcionales
F) El número de grifos iguales abiertos y el tiempo que tardan en llenar una bañera. Inversamente p.
G) *EJEMPLO DE MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES:* nº objetos comprados y dinero total gastado
H) *EJEMPLO DE MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES:* nº máquinas imprimiendo y tiempo tardado en imprimir un documento completo.
I) *EJEMPLO DE MAGNITUDES NO PROPORCIONALES:* la temperatura exterior y la velocidad del viento

2. Se tienen en una finca tres máquinas cortacésped que tardan aproximadamente 45 minutos en segar 100 m^2 de terreno. ¿Cuántas máquinas del mismo tipo harán falta para segar los 200 m^2 del vecino en 15 minutos? Harán falta 18 máquinas

3. Una gata quiere repartir 33 lametones entre sus 3 gatitos de forma inversamente proporcional al número de bostezos que han emitido en los últimos minutos. Si el gatito blanco ha bostezado 3 veces, el gris 2 veces y el rayado sólo una vez, ¿Cuántos mimos le tocarán a cada uno? Al blanco 6, al gris 9 y al rayado 18.

4. La Unión Europea va a invertir 8.000 millones de euros en empresas de tres países de forma directamente proporcional a su PIB (Producto Interior Bruto). Si en 2020 Portugal tuvo un PIB de 202.709 millones de euros, España un PIB de 1.119.976 millones de euros e Italia un PIB de 1.651.595 millones de €, ¿Cuánto le corresponderá a cada uno? ($K = 0'0026897...$)
Portugal: 545'2 M€. España: 3012'4 M€. Italia: 4442'3 M€.

TEMA 5: EXPRESIONES ALGEBRAICAS

5. Señala cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, y escribe un ejemplo o contraejemplo que respalde tu respuesta:

a) En un monomio nunca puede haber una fracción. FALSO. Puede haberla si no hay incógnitas en el denominador: $\frac{x^2y}{3}$ ✓
b) Un monomio tiene como grado la suma de los exponentes de todas sus incógnitas. VERDADERO. $4ab^3 \rightarrow$ grado 4
c) El grado de un polinomio se calcula sumando el grado de cada uno de sus monomios. FALSO. Es el del monomio de mayor grado.
d) El cuadrado de un número más su quinta parte se puede escribir: $n^2 + 1/5$. FALSO. Sería $n^2 + \frac{1}{5} \cdot n$
e) Dado un polinomio P(x), la cantidad P(2) es el valor del mismo cuando x = 2. VERDADERO. Si $P(x) = x+3$, $P(2) = 2+3 = 5$
f) El monomio de mayor grado que aparece tras multiplicar dos polinomios de grado 2 y 3 es de grado 5. VERDADERO

↳ Si $P(x) = 2x^2 - x + 1$ (grado 2) y $Q(x) = x^3 + 1$ (grado 3)

$P(x) \cdot Q(x) = (2x^2 - x + 1) \cdot (x^3 + 1) = \underbrace{2x^2 \cdot x^3}_{\text{término de mayor grado}} + \dots\dots$

$2x^2 \cdot x^3 = 2 \cdot x^5$ grado 5

6. Dados P(x), R(x) y S(x) los descritos a continuación, realiza las operaciones indicadas en cada apartado.

$P(x) = 2x^3 - 3x + 1$

$R(x) = x^2 + 6x + 2$

$S(x) = x - 3$

$a)\ 2P(x) - R(x) = 4x^3 - x^2 - 12x$

$b)\ P(x).S(x) + 3R(x) = 2x^4 - 6x^3 + 28x + 3$

$c)\ [R(x)]^2 = x^4 + 12x^3 + 40x^2 + 24x + 4$

$d)\ [S(x)]^3 = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

$e)\ P(x): (2x)$ *división de polinomio entre monomio* $= x^2 - \frac{3}{2} + \frac{1}{2x}$

$f)\ P(x): R(x)$ *división entera* $= 2x - 12 + \frac{65x+25}{x^2+6x+2}$

$f)\ P(x): S(x)$ *división por Ruffini* $= 2x^2 + 6x + 15 + \frac{46}{x-3}$

$g)\ \underbrace{P(-1)}_{0} + 2\underbrace{R(2)}_{-1} - \underbrace{S(0)}_{-3} = 0 + 2.(-1) - (-3) = 1$

7. Desarrolla las siguientes identidades notables:

$a)\ (2x + 3)^2 = 4x^2 + 9 + 12x$

$b)\ (x - 5)^2 = x^2 + 25 - 10x$

$c)\ \left(6x - \frac{a}{2}\right).\left(6x + \frac{a}{2}\right) = 36x^2 - \frac{a^2}{4}$

$d)\ (-x - 1)^2 = x^2 + 1 + 2x$

TEMA 6: ECUACIONES

8. Comprueba (sin resolverlas) si $x = 2$ es solución de alguna de estas cuatro ecuaciones:

$a)\ 2x + 5(x - 2) = 4x - 4$ Sí

$b)\ \frac{x}{2} - \frac{x+4}{3} = x - 4$ No

$c)\ x^2 + 3x + 2 = 0$ No

$d)\ x^3 - 4x^2 + 5x = 2$ Sí

9. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado:

$a)\ 4x - 1 - \frac{6x}{4} = 2x - \frac{x-2}{2}$ $\boxed{x=2}$

$b)\ 2\left(\frac{3x+5}{2} - \frac{x-3}{3}\right) - 4x = 3x + \frac{5}{6}$ $\boxed{x=\frac{37}{28}}$

$c)\ 2x^2 + 8x + 4 = 2.(x+1)^2$ $\boxed{x=-\frac{1}{2}}$

10. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado, indicando de qué tipo es cada una:

1er grado a) $2(x-1)+5x=3x-1$ $\boxed{x=\frac{1}{4}}$

1er grado b) $3(x-1)-5(2x-5)=-x+4$ $\boxed{x=3}$

1er grado c) $2x-\frac{x+5}{2}=\frac{1}{2}(x-2)-\frac{3}{2}$ $\boxed{x=0}$

1er grado d) $x(x-1)=x^2+4x+20$ $\boxed{x=-4}$

2º grado IN. Falta t. lineal e) $x^2-2x+4=2(x^2-x)$ $\boxed{x=\pm 2}$

2º grado IN. Falta t. indep. f) $x^2+3x=2x(x+1)$ $\boxed{\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}}$

2º grado IN. Falta t. lineal g) $x^2+1=2x^2-24$ $\boxed{x=\pm 5}$

2º grado IN. Falta t. indep. h) $x^2-1=2(x-1)(x+2)+3$ $\boxed{\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}}$

2º grado COMPLETA i) $(2x-1)(x-5)=0$ $\boxed{\begin{array}{l} x=5 \\ x=1/2 \end{array}}$

2º grado COMPLETA j) $\frac{x(x-1)}{4}=\frac{x^2+5}{3}$ $\boxed{\nexists \text{ sol. real}}$

2º grado COMPLETA k) $\frac{x(x-1)}{2}=\frac{x+2}{4}$ $\boxed{\begin{array}{l} x=2 \\ x=-1/2 \end{array}}$

2º grado COMPLETA l) $25(x+3)(4x-20)=0$ $\boxed{\begin{array}{l} x=-3 \\ x=5 \end{array}}$

11. Se dan por practicados los problemas de primer y segundo grado. Para más información, véanse las últimas semanas del cuaderno de matemáticas.

2020/
2021

Tercera Evaluación

- Sistemas de ecuaciones
- Problemas de sistemas
- Área y perímetro de figuras planas
- Área exterior y volúmenes de cuerpos geométricos
- Funciones. Características generales
- Recta y parábola

SISTEMAS DE ECUACIONES

1. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones, utilizando el método que se te indique en cada caso. Recuerda que es muy importante "limpiar" las ecuaciones del sistema, operando paréntesis, quitando denominadores y agrupando términos, antes de aplicar cualquier método de resolución.

EJEMPLO DE "LIMPIAR"

$$\begin{cases} 1+y-\dfrac{3-x}{3}=4y-5 \\ \dfrac{x}{3}-6(x-1)=\dfrac{3-y}{2} \end{cases} \xrightarrow[\substack{abajo:\ paréntesis}]{\substack{arriba:\ m.c.m. \\ (ojo\ con\ el\ signo\ "-"\ de\ la\ fracción)}} \begin{cases} 3+3y-3+x=12y-15 \\ \dfrac{x}{3}-6x+6=\dfrac{3-y}{2} \end{cases}$$

$$\xrightarrow[\substack{abajo:\ m.c.m.}]{\substack{arriba:\ agrupar}} \begin{cases} x-9y=-15 \\ 2x-36x+36=9-3y \end{cases} \xrightarrow{abajo:\ agrupar} \boxed{\begin{cases} x-9y=-15 \\ -34x+3y=-27 \end{cases}}$$ *Listo para aplicar reducción/sustitución/igualación*

a) *Por sustitución* $\begin{cases} -2x+3y=14 \\ 3x-y=-14 \end{cases}$ $\qquad (Sol: x=-4, y=2)$

b) *Por reducción* $\begin{cases} 4x-3y=5 \\ -8x-4y=10 \end{cases}$ $\qquad (Sol: x=-\frac{1}{4}, y=-2)$

c) *Por igualación* $\begin{cases} \dfrac{2(x+1)}{3}-y=-3 \\ 3(x+5-y)+3x=12 \end{cases}$ $\qquad (Sol: x=2, y=5)$

d) *Por cualquier método* $\begin{cases} \dfrac{2x-1}{2}+\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{11}{6} \\ -\dfrac{2x}{5}+\dfrac{y-1}{10}=-\dfrac{6}{5} \end{cases}$ $\qquad (Sol: x=3, y=1)$

e) *Por cualquier método* $\begin{cases} \dfrac{3x-2y}{3}+4y=\dfrac{13}{3} \\ \dfrac{2(-2y+x)}{3}-\dfrac{3x}{2}=-\dfrac{13}{6} \end{cases}$ $\qquad (Sol: x=1, y=1)$

NOTA: Si quieres practicar más sistemas de ecuaciones, tienes muchos disponibles en el enlace: https://drive.google.com/file/d/0B_A7han0CPnaWmRkY2dCbGsxZ1k/view

PROBLEMAS DE SISTEMAS DE ECUACIONES

1. En un corral hay conejos y gallinas, que hacen un total de 61 cabezas y 196 patas. Hallar el número de conejos y gallinas. *(Sol: 37 conejos y 24 gallinas)*

2. El perímetro de un solar rectangular mide 40 m. Si su ancho es la tercera parte de su largo, ¿cuánto miden los lados del solar? *(Sol: 15 m de largo y 5 m de ancho)*

3. A un grupo de amigos le cobran un día en un hotel 69 € por 3 desayunos y 5 comidas. Al día siguiente pagan 36 € por 4 desayunos y 2 comidas. Si pierden la factura, ¿cómo deducir cuánto costaba cada desayuno y cada comida? *(Sol: 3 € el desayuno y 12 € la comida)*

4. Javier tiene 27 años más que su hija Nuria. Dentro de ocho años, la edad de Javier doblará la de Nuria. ¿Cuántos años tiene cada uno? *(Sol: Javier, 46 años, y Nuria, 19)*

5. Un librero vendió 84 libros a dos precios distintos: unos a 4,50 €, y otros a 3,60 €, obteniendo de la venta un total de 310,50 €. ¿Cuántos libros vendió de cada clase? *(Sol: 9 y 75, respectivamente)*

6. Hace 10 años la edad de un abuelo era el cuádruple de la edad del nieto, mientras que dentro de 20 años sólo será el doble. Hallar sus edades. *(Sol: 70 y 25 años, respectivamente)*

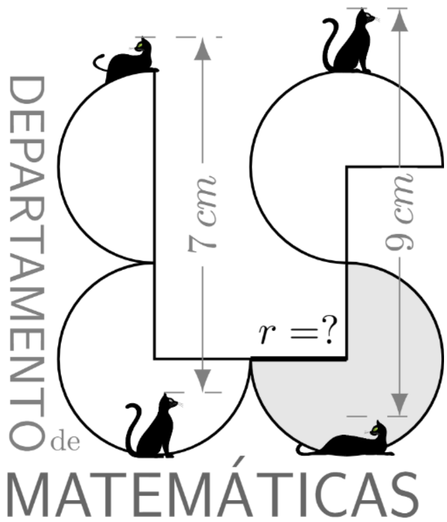
7. Entre Juan y Pedro tienen 40 €, pero si Juan le diera 5 € a Pedro entonces éste tendría el triple que su amigo ¿Cuánto dinero tiene cada uno? *(Sol: Juan 15 € y Pedro 25 €)*

8. Un número excede en 12 unidades a otro. Si restáramos 4 unidades a cada uno de ellos, entonces el primero sería igual al doble del segundo. *(Sol: Los números son el 28 y el 16)*

9. El perímetro de un rectángulo es de 22 cm, y sabemos que su base es 5 cm más larga que su altura. Plantea un sistema de ecuaciones y haya las dimensiones. *(Sol: La base mide 8 cm y la altura 3 cm)*

10. El doble de un número más la mitad de otro suman 7; y, si sumamos 7 al primero de ellos, obtenemos el quíntuplo del otro. Plantea un sistema de ecuaciones y resuélvelo para hallar dichos números. *(Sol: Los números son el 3 y el 2)*

11. Haya el radio del círculo señalado en la figura:

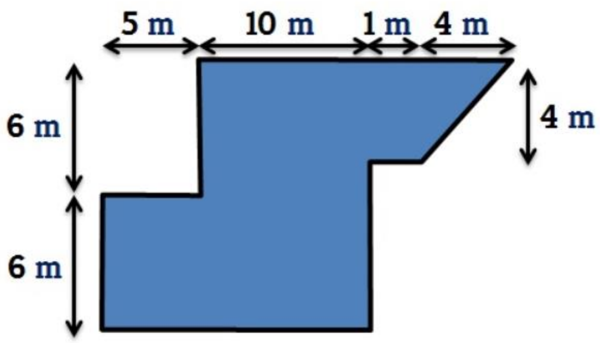


❖ Áreas y perímetros de figuras planas

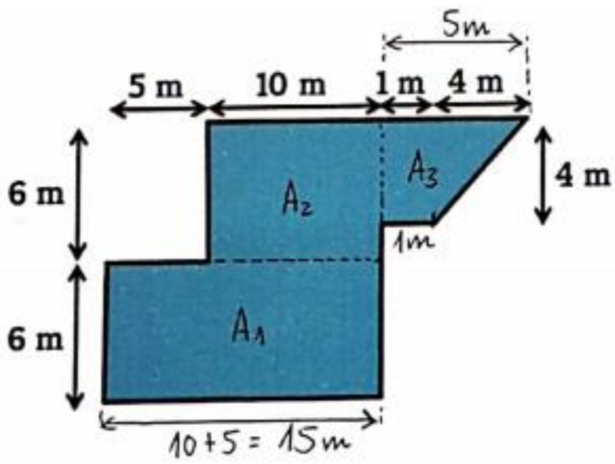
1. Calcula el perímetro exterior y el área de las siguientes figuras. Fíjate en el ejemplo antes de empezar.

EJEMPLO

a)



Suele ser más sencillo empezar por el cálculo del **área**. Para calcular el área total, primero planteamos la estrategia que vamos a seguir para obtener el resultado final:



ESTRATEGIA

$A_{TOTAL} = A_1 + A_2 + A_3$

CÁLCULO

$A_1 = A_{\square} = b.h = 6.15 = 90m^2$//

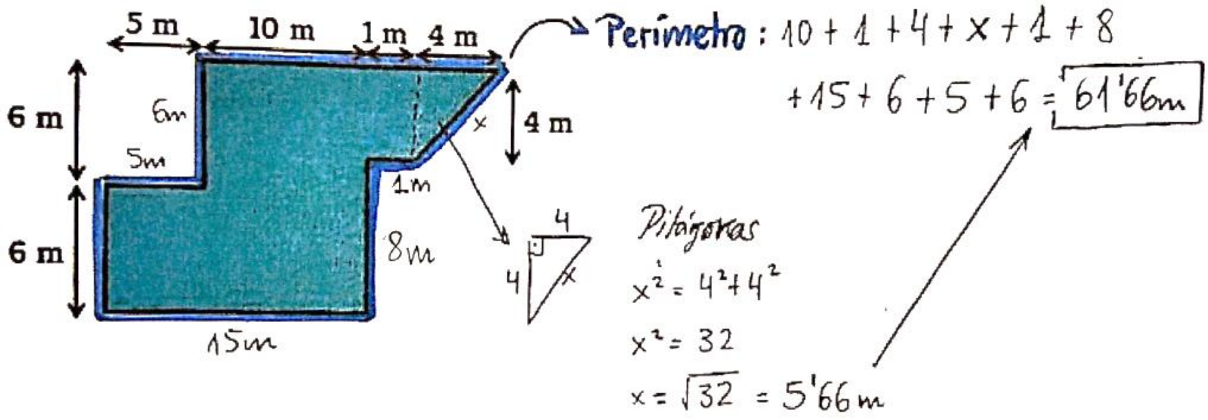
$A_2 = A_{\square} = b.h = 10.6 = 60m^2$//

$A_3 = A_{trapecio} = \frac{(B+b)}{2}.h = \frac{(5+1)}{2}.4 = 12m^2$//

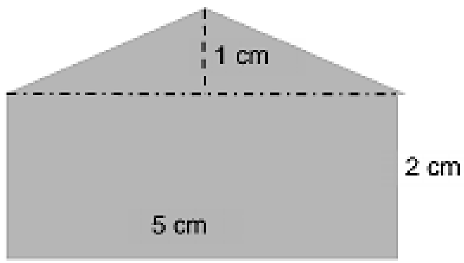
RESULTADO

$A_{TOTAL} = 90 + 60 + 12 = \boxed{162m^2}$

Para el cálculo del **perímetro** es de gran ayuda marcar sobre el dibujo (en otro color o con rotulador) la longitud exacta que hay que calcular, e identificar de qué partes está compuesta. El perímetro siempre será aquella longitud que delimite la zona de la que nos habla el enunciado, en este caso la figura entera:

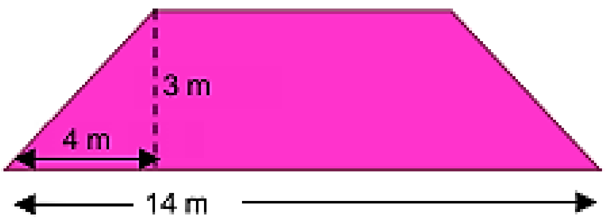


b)



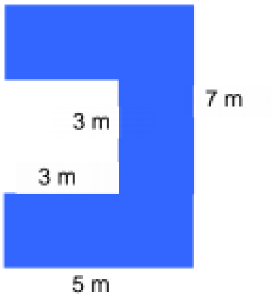
$Sol: A = 12{,}5\ cm^2 \ \ P = \ 14{,}39\ cm$

c)



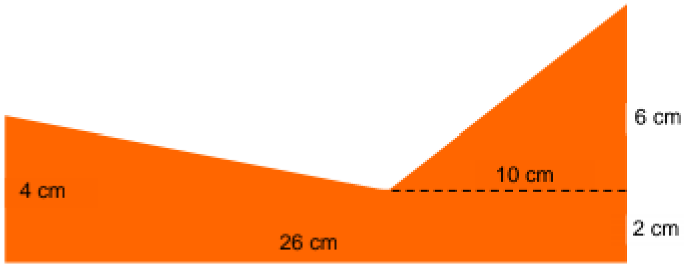
$Sol: A = 30\ m^2 \ \ P = \ 30\ m$

d)



$Sol: A = 26\ m^2 \ \ P = \ 30\ m$

e)

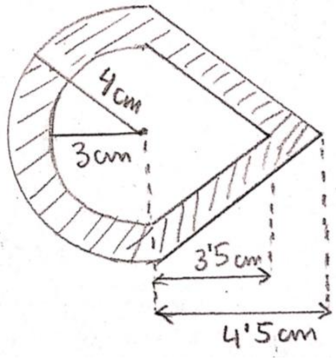


$Sol: A = 98\ cm^2 \ \ P = \ 65{,}79\ cm$

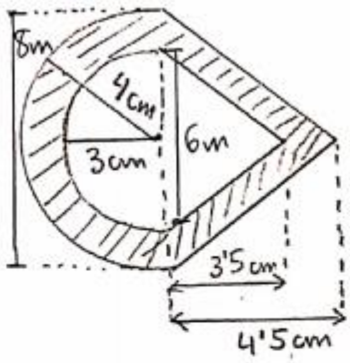
2. Calcula el área y el perímetro de la zona sombreada. Fíjate en el ejemplo antes de empezar:

EJEMPLO

a)



En estos problemas la estrategia para la parte del **área** suele consistir en restar a un área mayor las partes del interior que no están sombreadas, para quedarnos sólo con la parte que nos pide el enunciado:



$$A = \left(A_{\text{semicírculo grande}} - A_{\text{semicírculo pequeño}}\right) + \left(A_{\text{triángulo grande}} - A_{\text{triángulo pequeño}}\right)$$

$$A_{\text{semicírculo grande}} = \frac{\pi \cdot 4^2}{2} = \frac{50'27}{2} m^2$$

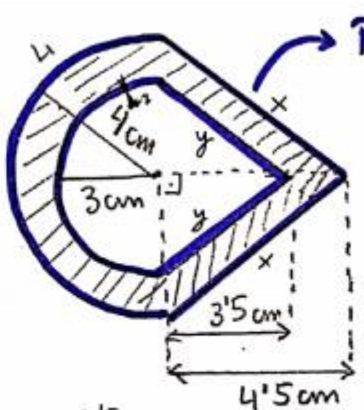
$$A_{\text{semicírculo pequeño}} = \frac{\pi \cdot 3^2}{2} = \frac{28'27}{2} m^2$$

$$A_{\text{triángulo grande}} = \frac{8 \cdot 4'5}{2} = 18 m^2$$

$$A_{\text{triángulo pequeño}} = \frac{6 \cdot 3'5}{2} = 10'5 m^2$$

$$A = \frac{50'27}{2} - \frac{28'27}{2} + 18 - 10'5 = \boxed{18{,}5 m^2}$$

De nuevo, para el cálculo del **perímetro** es de gran ayuda marcar sobre el dibujo la longitud que hay que calcular, en este caso aquella que delimite SOLAMENTE la zona sombreada, POR DENTRO Y POR FUERA:



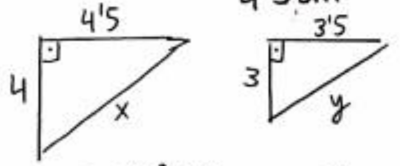
Perímetro: $x + x + L_1 + L_2 + y + y =$

$= 2x + 2y + L_1 + L_2 =$

$= 2 \cdot 6'02 + 2 \cdot 4'61 + 12'57 + 9'42 = \boxed{43'25m}$

$$L_1 = \frac{\text{perímetro círculo grande}}{2} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 4}{2} = 12'57m \; //$$

$$L_2 = \frac{\text{perímetro círculo pequ.}}{2} = \frac{2\pi 3}{2} = 9'42m \; //$$



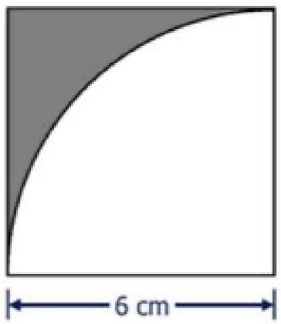
Pitágoras

$y^2 = 3^2 + 3'5^2$

$y = 4'61m \; //$

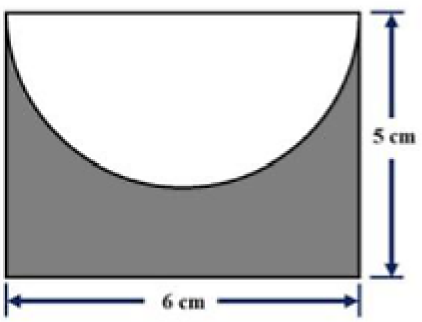
$x^2 = 4'5^2 + 4^2 \longrightarrow x = 6'02m \; //$

b)



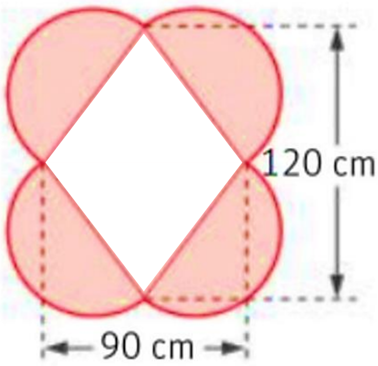
$Sol: A = 7{,}73\ cm^2 \quad P = 21{,}42\ cm$

c)



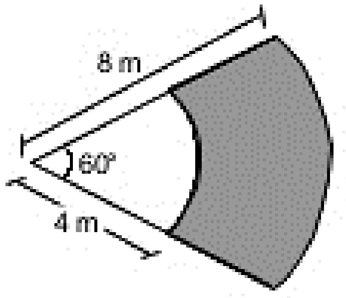
$Sol: A = 15{,}86\ cm^2 \quad P = 25{,}42\ cm$

d)



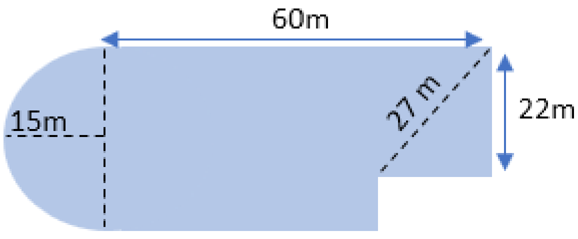
$Sol: A = 8835{,}73\ cm^2 \quad P = 771{,}24\ cm$

e)



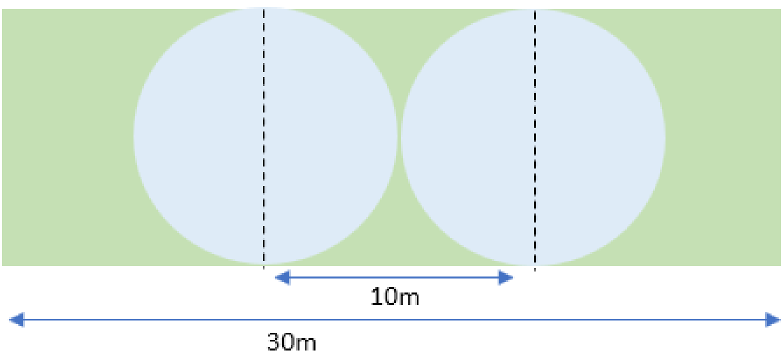
$Sol: A = 25{,}13\ m^2 \quad P = 20{,}57\ m$

3. La finca de la figura se vende a 200€ el m^2. Calcula su área y después su precio total.



$Sol: A = 2028{,}23\ m^2 \quad Precio = 405645{,}83$ €

4. En un terreno rectangular se construyen dos pozos circulares y se planta césped en el terreno restante. ¿Qué superficie ocupa el césped?



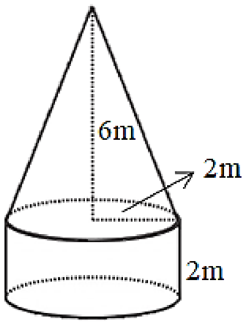
$Sol: A = 142{,}94\ m^2$

❖ Áreas exteriores y volúmenes de figuras tridimensionales

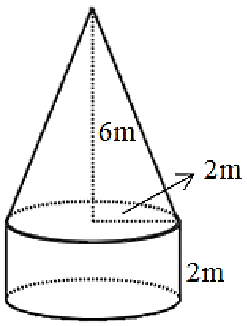
1. Calcula el volumen total y el área exterior de las siguientes cantidades, y después expresa el volumen en litros. De nuevo, fíjate en el ejemplo antes de empezar.

EJEMPLO

a)



El **volumen total** suele estar compuesto de la suma de los volúmenes de varios cuerpos:



$$V_{TOTAL} = V_{CONO} + V_{CILINDRO}$$

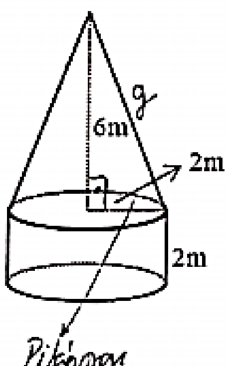
$$V_{CONO} = \frac{A_{BASE} \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot 2^2 \cdot 6}{3} = 25'13\,m^3$$

$$V_{CILINDRO} = A_{BASE} \cdot h = \pi \cdot 2^2 \cdot 2 = 25'13\,m^3$$

$$V_{TOTAL} = 25'13 + 25'13 = 50'26\,m^3 = \boxed{50260\,\ell}$$

$$\frac{1\,dm^3 = 1\,\ell}{dm^3 \quad m^3} \qquad \cdot 10^3$$

Con respecto al **área externa**, debemos contar sólo la superficie que está en contacto con el exterior, y omitir aquellas zonas que están "por dentro". Podemos imaginar que intentamos pintar la figura con un pincel por fuera: aquellas zonas a las que el pincel no llegue no serán sumadas al área exterior.



Pitágoras

$g^2 = 6^2 + 2^2$

$g = 6'32\,m$

$$A_{ext.} = A_{\substack{lateral \\ cono}} + A_{\substack{lateral \\ cilindro}} + A_{\substack{BASE \\ CILINDRO}}$$

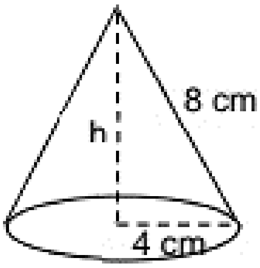
$$A_{\substack{lat. \\ cono}} = \pi \cdot R \cdot g = \pi \cdot 2 \cdot 6'32 = 39'71\,m^2$$

$$A_{\substack{lat. \\ cilindro}} = \text{perímetro base} \cdot h = \underbrace{2 \cdot \pi \cdot 2}_{\text{perímetro círculo}} \cdot 2 = 25'13\,m^2$$

$$A_{\substack{Base \\ cilindro}} = \pi \cdot 2^2 = 12'57\,m^2$$

$$A_{ext.} = 39'71 + 25'13 + 12'57 = \boxed{77'41\,m^2}$$

b)

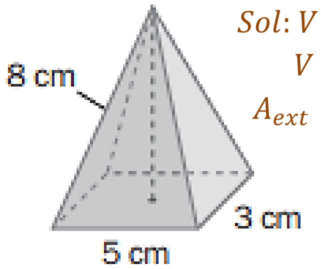


$Sol: V = 116{,}08\ cm^3$

$V = 0{,}12\ l$

$A_{ext} = 150{,}80\ cm^2$

c)***

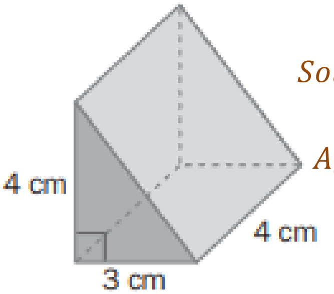


$Sol: V = 37{,}25\ cm^3$

$V = 0{,}037\ l$

$A_{ext} = 61{,}57\ cm^2$

d)

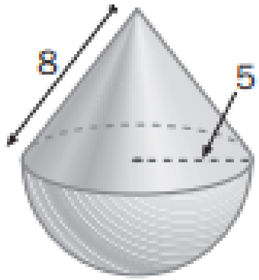


$Sol: V = 24\ cm^3$

$V = 0{,}024\ l$

$A_{ext} = 60\ cm^2$

e)



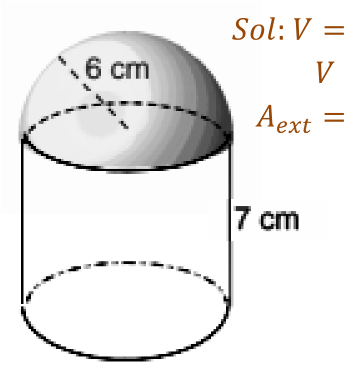
Asumiendo unidades de decímetros

$Sol: V = 425{,}16\ dm^3$

$V = 425{,}16\ l$

$A_{ext} = 282{,}74\ dm^2$

f)



$Sol: V = 1244{,}07\ cm^3$

$V = 1{,}24\ l$

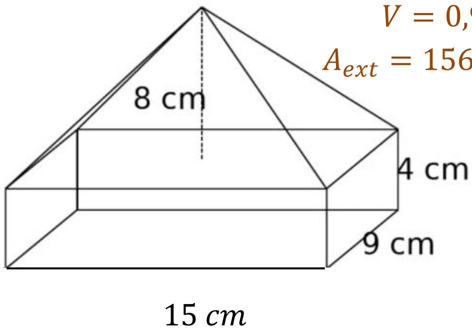
$A_{ext} = 603{,}18\ cm^2$

g)

$Sol: V = 933{,}33\ cm^3$

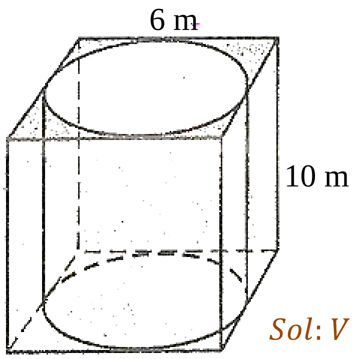
$V = 0{,}93\ l$

$A_{ext} = 1564{,}9\ cm^2$



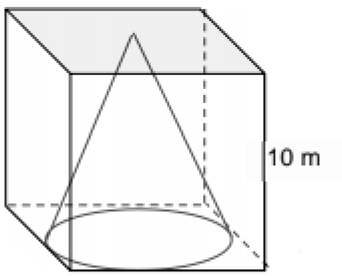
2. Halla el volumen que sobra al introducir las figuras pequeñas en el interior de las grandes:

a)



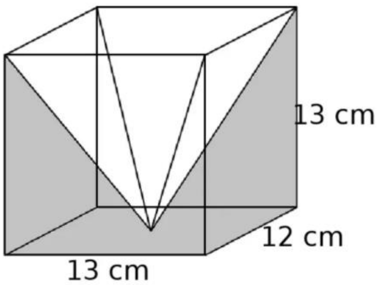
$Sol: V = 77{,}26\ cm^3$

b)



$Sol: V = 738{,}2\ m^3$

c)



$Sol: V = 1352\ cm^3$

FUNCIONES

1. Dadas las funciones $f(x) = x^2 - 2x + 1$ y $g(x) = -2x + \frac{1}{2}$,

   a) Calcula $f(-1)$
   b) Calcula $g(0) + f(1)$
   c) Completa las siguientes tablas de valores para ambas funciones, y represéntalas en unos ejes de coordenadas:

x	-2	-1	0	1	3
$f(x)$					

x	-2	-1	0	1	3
$g(x)$					

2. Completa las formas de describir la función que faltan partiendo de la descripción de la función:

a)

Descripción	Fórmula	Tabla de valores	Gráfica
"Se multiplica por tres el número y se le resta uno"			

b)

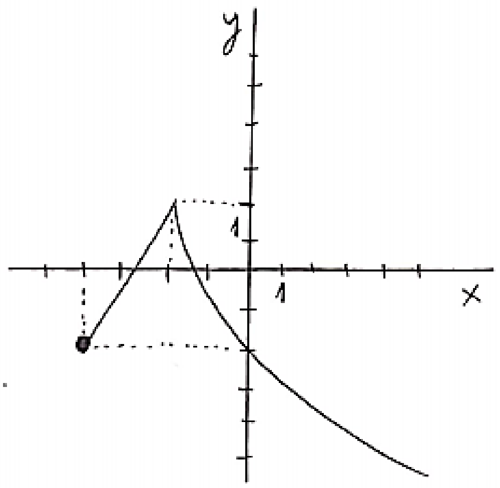
Descripción	Fórmula	Tabla de valores	Gráfica
"Se multiplica por dos y se le suma su cuadrado"			

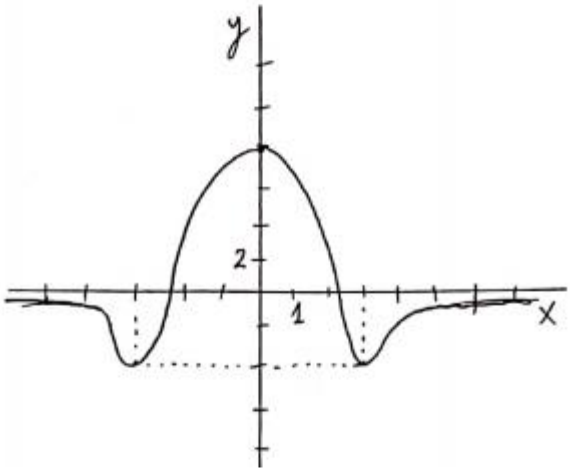
3. ¿Eres capaz de obtener la fórmula de la función descrita por la siguiente tabla de valores?

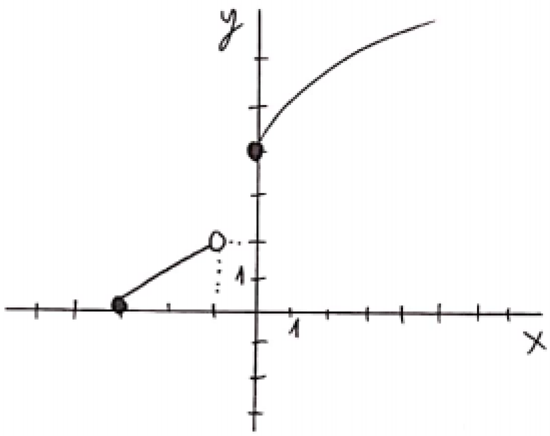
x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	2	5	10	17	26	37

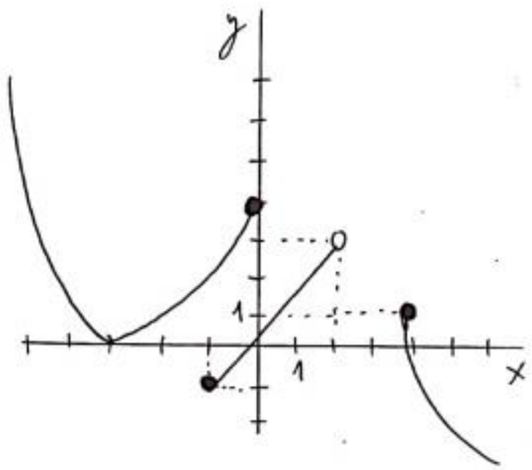
$f(x) =$

4. Escribe el dominio y el recorrido de aquellas gráficas que correspondan a funciones:

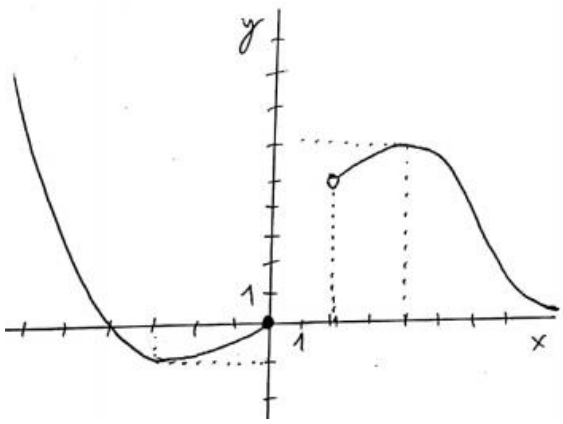


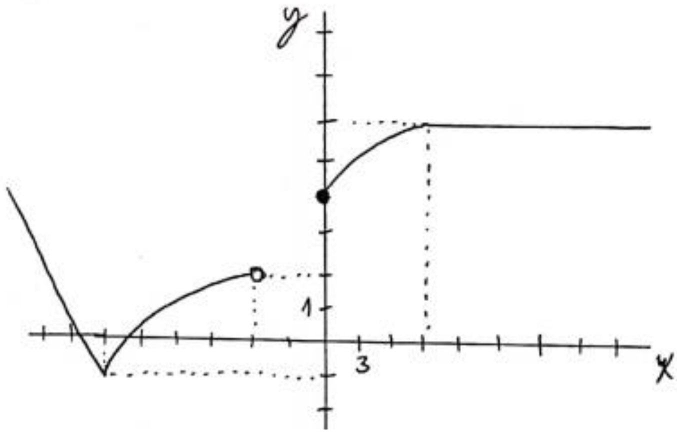




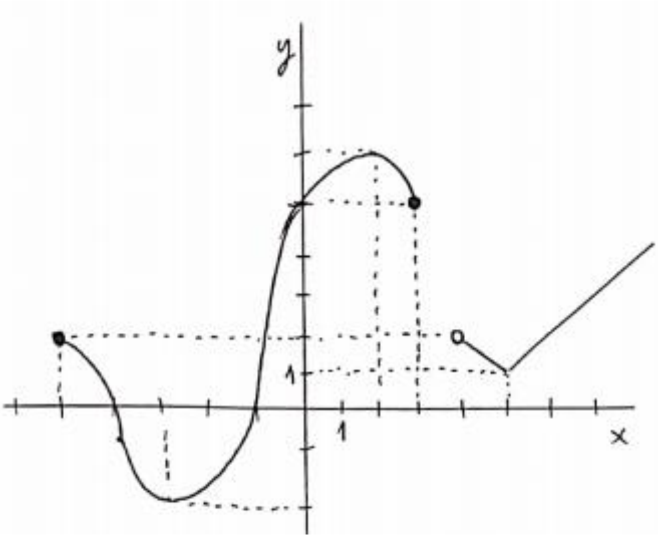


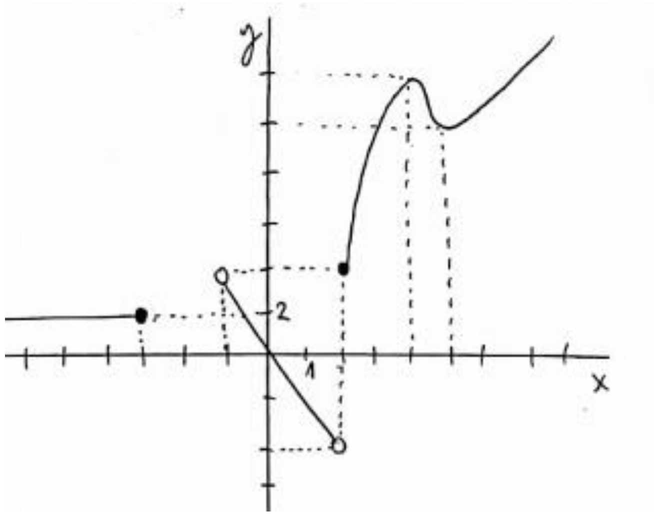
5. Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento de las siguientes funciones:





6. Escribe las coordenadas de los puntos notables (máximos, mínimos y puntos de corte con los ejes) que observes en la gráfica de las siguientes funciones:





7. Dibuja una función que tenga las siguientes características.
   - Dominio: $[-5, 4)$
   - Creciente en $(-5,-2)\ U\ (1,4)$
   - Decreciente en $(-2,1)$

8. Señala el valor de la pendiente y la ordenada en el origen de las siguientes rectas, y después represéntalas ayudándote de tablas de valores:

$a)$ $y = -3x + 2$

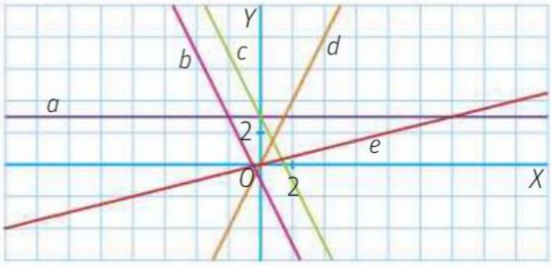
$b)$ $f(x) = -2 + 2x$

$c)$ $y = 4x$

$d)$ $y = -2x + 1$

$e)$ $y = 3$

9. Asocia cada recta con su ecuación correspondiente:



A. $y = -2x + 3$ C. $y = 2x$ E. $y = -2x - 1$

B. $y = 3$ D. $y = \frac{1}{4}x$

10. Calcula las coordenadas del vértice y los puntos de corte con los ejes de las siguientes parábolas. Después, represéntalas en unos ejes de coordenadas.

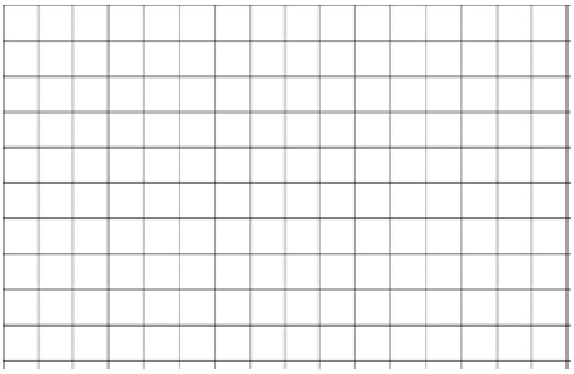
$a)$ $y = -3x^2 - x + 2$

$b)$ $y = x^2 + x + 5$

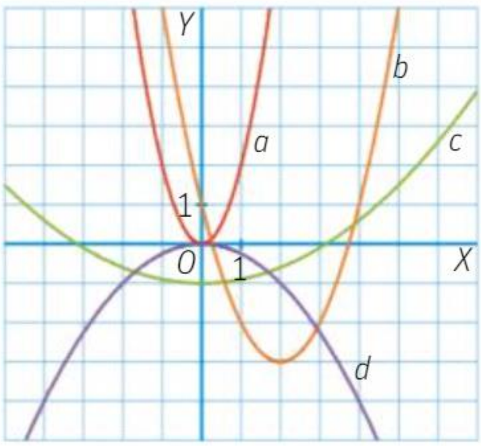
$c)$ $y = -2x^2 + 6x$

$d)$ $y = -x^2 - 1$

$d)$ $y = 2x^2$



11. Relaciona cada función (a,b,c,d) con su expresión matemática (A,B,C,D):



A. $y = 0{,}1x^2 - 1$ C. $y = x^2 - 4x + 1$

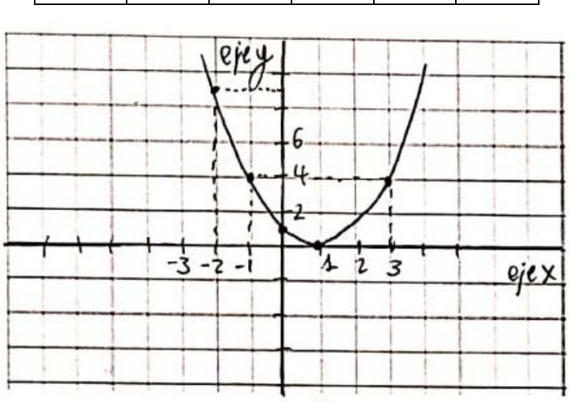
B. $y = 2x^2$ D. $y = -\frac{1}{4}x^2$

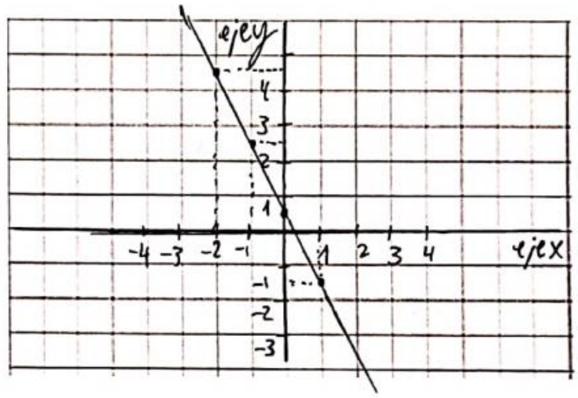
1. Dadas las funciones $f(x) = x^2 - 2x + 1$ y $g(x) = -2x + \frac{1}{2}$,

   a) Calcula $f(-1)$
   b) Calcula $g(0) + f(1)$
   c) Completa las siguientes tablas de valores para ambas funciones, y represéntalas en unos ejes de coordenadas:

x	-2	-1	0	1	3
$f(x)$	9	4	1	0	4

x	-2	-1	0	1	3
$g(x)$	9/2	5/2	1/2	-3/2	-11/2





2. Completa las formas de describir la función que faltan partiendo de la descripción de la función:

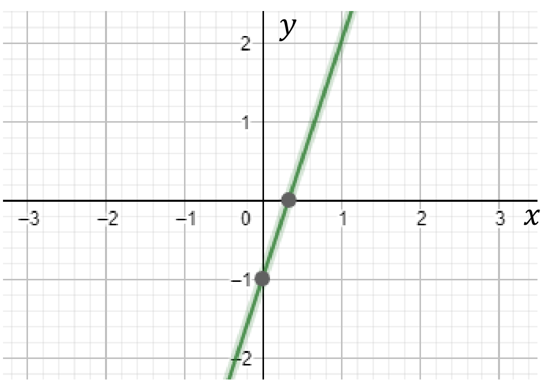
a)

<table>
<tr><th>Descripción</th><th>Fórmula</th><th>Tabla de valores</th><th>Gráfica</th></tr>
<tr><td>“Se multiplica por tres el número y se le resta uno”</td><td>$f(x) = 3x - 1$</td><td><table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>-1</td><td>2</td></tr><tr><td>y</td><td>-1</td><td>2</td><td>-4</td><td>5</td></tr></table></td><td>Abajo</td></tr>
</table>

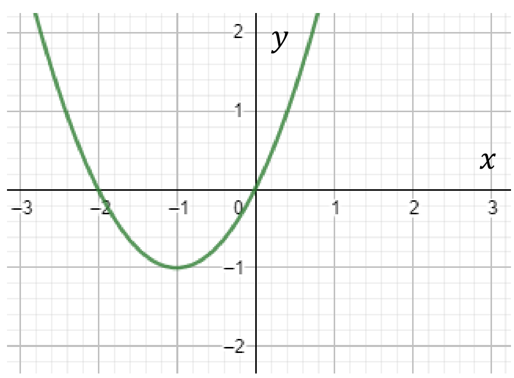
b)

<table>
<tr><th>Descripción</th><th>Fórmula</th><th>Tabla de valores</th><th>Gráfica</th></tr>
<tr><td>“Se multiplica por dos y se le suma su cuadrado”</td><td>$f(x) = 2x + x^2$</td><td><table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>-1</td><td>2</td><td>-2</td></tr><tr><td>y</td><td>0</td><td>3</td><td>-1</td><td>8</td><td>0</td></tr></table></td><td>Abajo</td></tr>
</table>

Gráfica a)



Gráfica b)

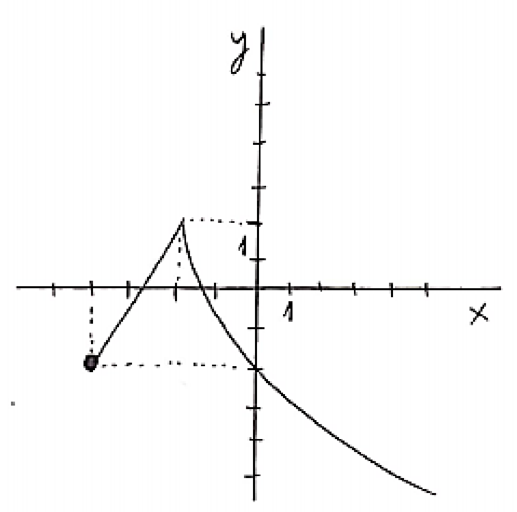


3. ¿Eres capaz de obtener la fórmula de la función descrita por la siguiente tabla de valores?

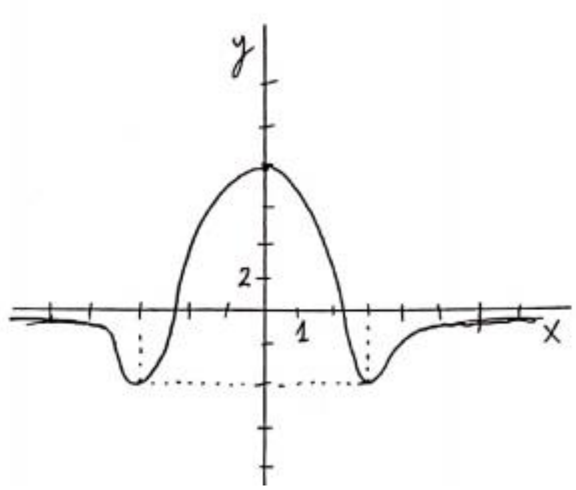
x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	2	5	10	17	26	37

$f(x) = \boxed{x^2 \ + 1}$

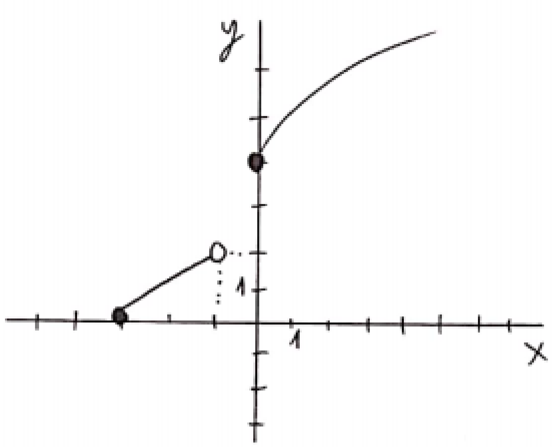
4. Escribe el dominio y el recorrido de aquellas gráficas que correspondan a funciones:



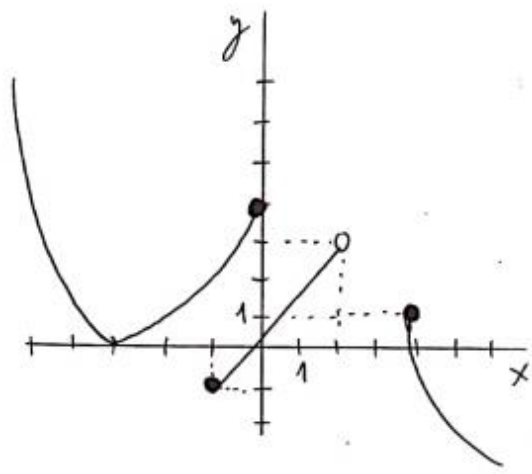
Dominio	$Dom\ f(x)$: $[-4, +\infty)$
Recorrido	$Rec\ f(x)$: $(-\infty, 2]$



Dominio	$Dom\ f(x)$: $\mathbb{R}$
Recorrido	$Rec\ f(x)$: $[-4,8]$

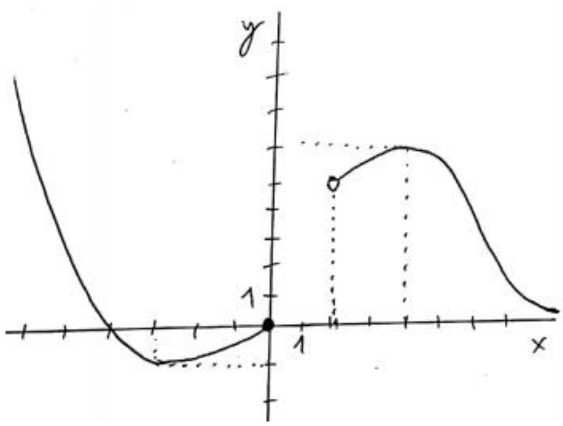


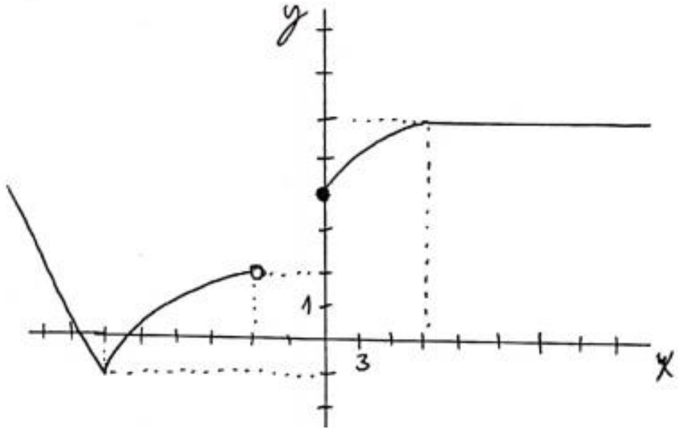
Dominio	$Dom\ f(x)$: $[-3,-1)U[0,+\infty)$
Recorrido	$Rec\ f(x)$: $[0,2)U[4,+\infty)$



Dominio	- No es función
Recorrido	- No es función

5. Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento de las siguientes funciones:

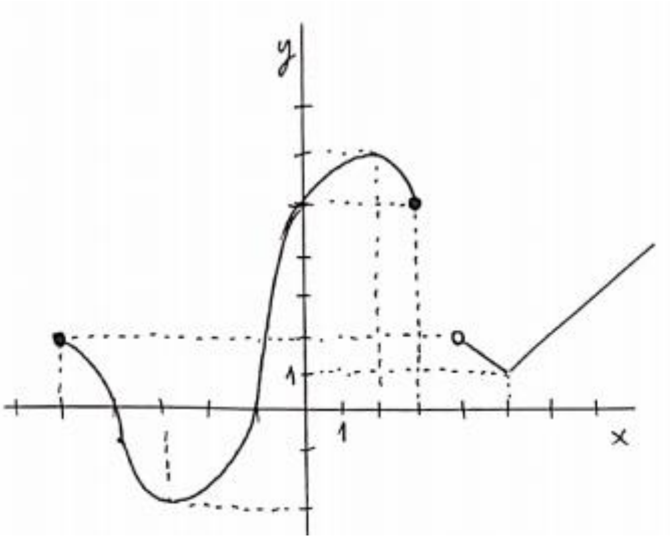


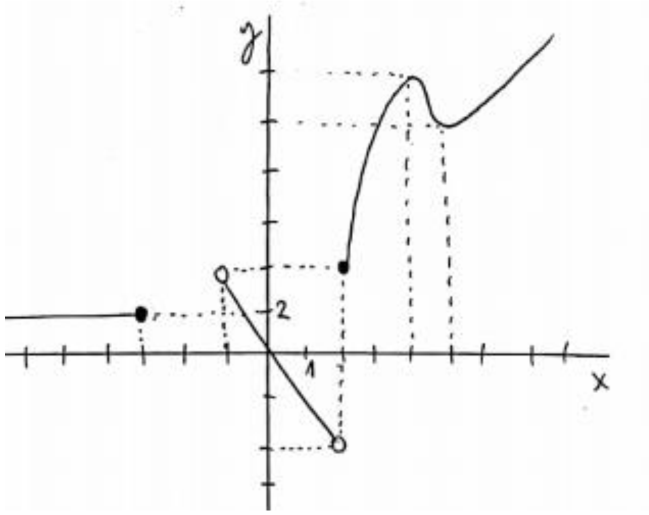


Crece	$(-3,0)U(2,4)$
Decrece	$(-\infty,-3)U(4,+\infty)$
Constante	$-$

Crece	$(-18,-6)U(0,9)$
Decrece	$(-\infty,-18)$
Constante	$(9,+\infty)$

6. Escribe las coordenadas de los puntos notables (máximos, mínimos y puntos de corte con los ejes) que observes en la gráfica de las siguientes funciones:





$Máx(2,6)\ \ Mín_1(-3,-2)\ Mín_2(5,1)$

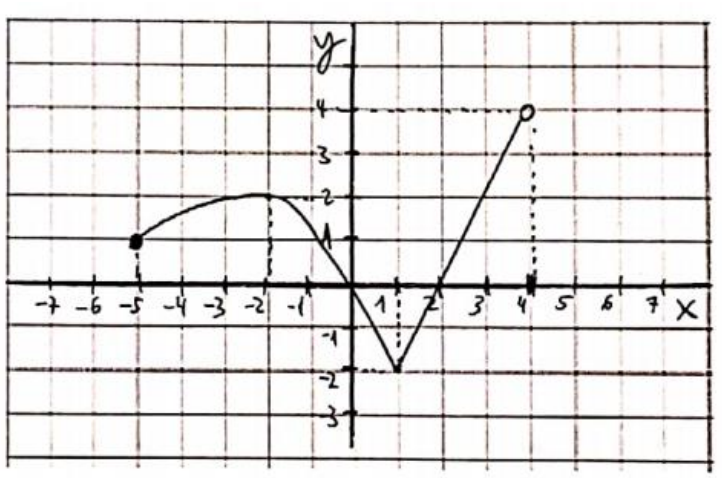
$Px_1(-4,0)\ Px_2(-1,0)\ \ Py(0,5)$

$Máx(4,12)\ \ Mín(5,10)$

$Px(0,0) \equiv\ Py(0,0)$

7. Dibuja una función que tenga las siguientes características.

- Dominio: $[-5, 4)$
- Creciente en $(-5, -2)\ U\ (1{,}4)$
- Decreciente en $(-2{,}1)$



8. Señala el valor de la pendiente y la ordenada en el origen de las siguientes rectas, y después represéntalas ayudándote de tablas de valores:

$a)\ \ y = -3x + 2$

$m = -3,\ \ n = 2$

$b)\ \ f(x) = -2 + 2x$

$m = 2,\ \ n = -2$

$c)\ \ y = 4x$

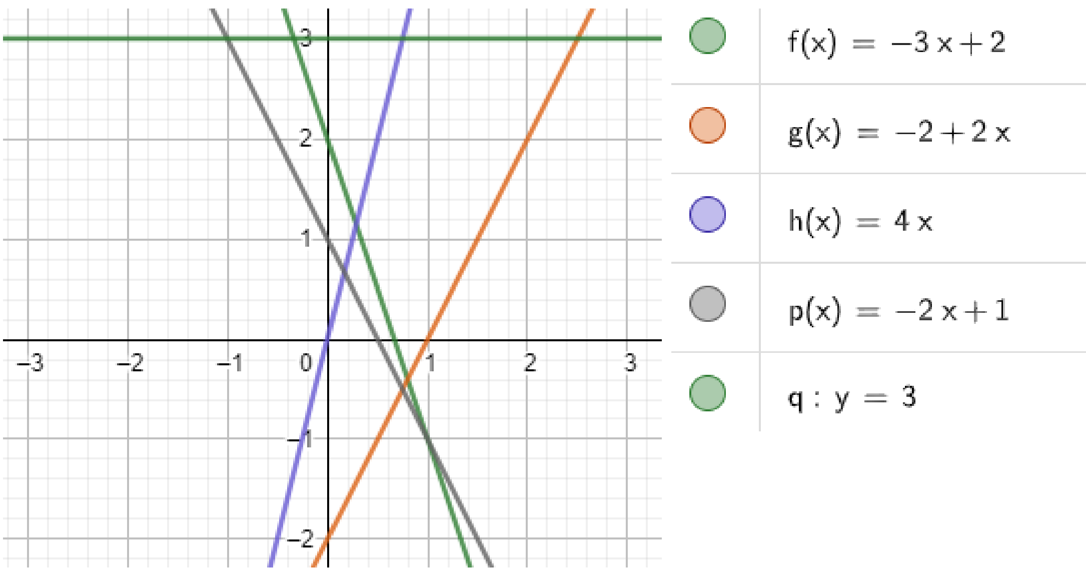
$m = 4,\ \ n = 0$

$d)\ \ y = -2x + 1$

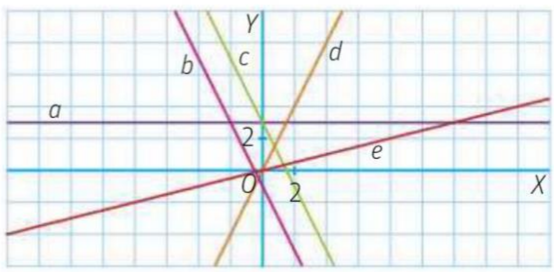
$m = -2,\ \ n = 1$

$e)\ \ y = 3$

$m = 0,\ \ n = 3$



9. Asocia cada recta con su ecuación correspondiente:



A. $y = -2x + 3$ **C.** $y = 2x$ **E.** $y = -2x - 1$

B. $y = 3$ **D.** $y = \frac{1}{4}x$

Solución: A con c, B con a, C con d, D con e, E con b.

10. Calcula las coordenadas del vértice y los puntos de corte con los ejes de las siguientes parábolas. Después, represéntalas en unos ejes de coordenadas.

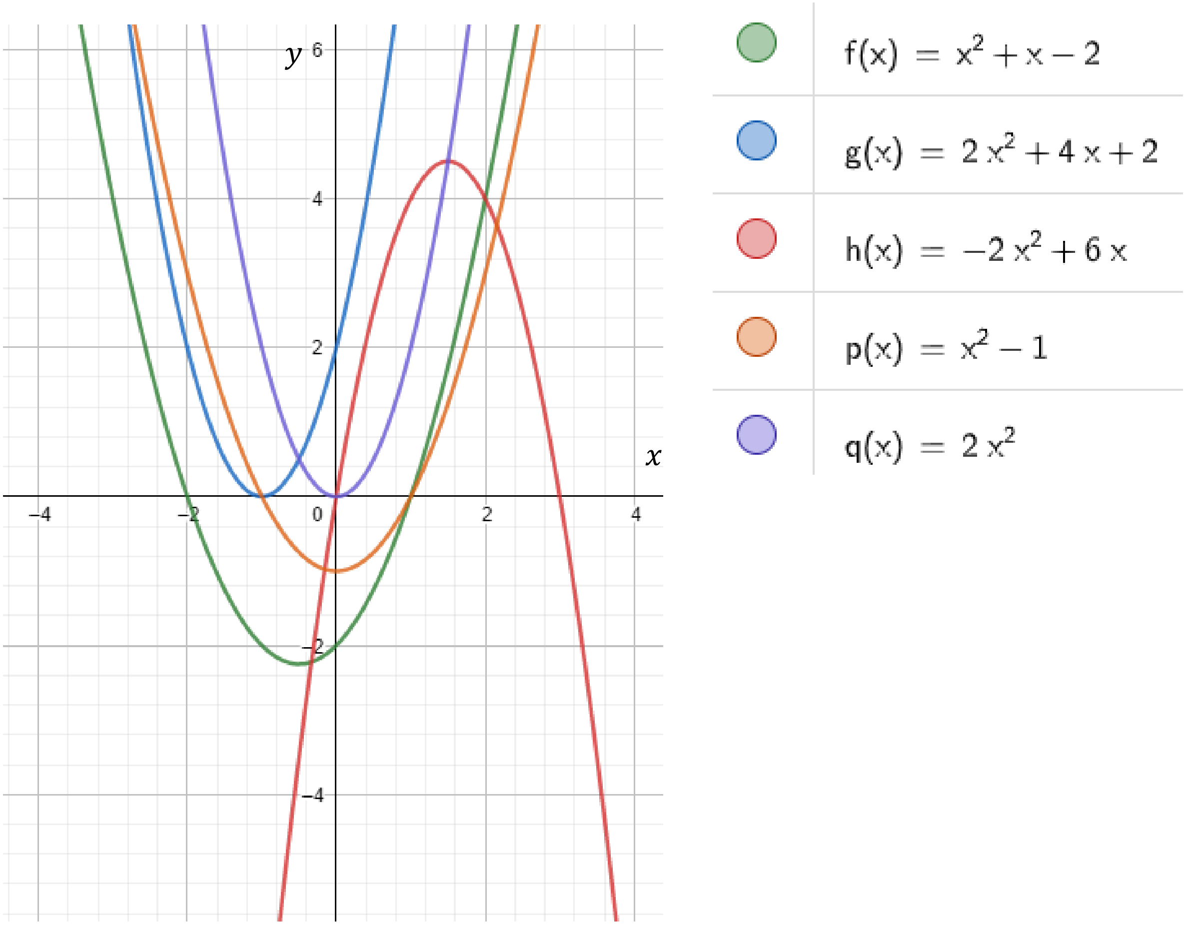
$a)\ \ y = x^2 + x - 2$ $\quad V\left(-\frac{1}{2}, -\frac{9}{4}\right), Px_1(-2{,}0), Px_2(1{,}0), Py(0, -2)$

$b)\ \ y = \ 2x^2 + 4x + 2$ $\quad V(-1{,}0), Px(-1{,}0), Py(0{,}2)$

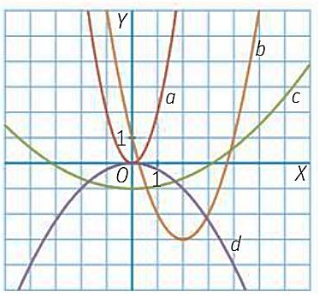
$c)\ \ y = \ -2x^2 + 6x$ $\quad V\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{2}\right), Px_1(0{,}0), Px_2(3{,}0), Py(0{,}0)$

$d)\ \ y = x^2 - 1$ $\quad V(0, -1), Px_1(1{,}0), Px_2(-1{,}0), Py(0, -1)$

$d)\ \ y = 2x^2$ $\quad V(0{,}0), Px(0{,}0) \equiv Py(0{,}0)$



11. Relaciona cada función (a,b,c,d) con su expresión matemática (A,B,C,D):



Solución: A con c, B con a, C con b, D con d

A. $y = 0{,}1x^2 - 1$

B. $y = 2x^2$

C. $y = x^2 - 4x + 1$

D. $y = -\frac{1}{4}x^2$