

Refuerzo Educativo – Matemáticas - 1ºBachillerato - CCSS

Temas 1. Números reales.

1. Opera en forma de única potencia:

$$\frac{a^{-2} \cdot \left(\frac{1}{a^{-1}}\right)^4 \cdot (-a)^2 \cdot \frac{1}{a}}{(-a)^{-3} \cdot \sqrt{a} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{-5}}$$

2. Toma logaritmos en los dos miembros de las siguientes expresiones:

$$A = x \cdot y^2 \cdot z^4$$

$$B = \frac{2x^2 \cdot y^4}{z^6}$$

$$C = \sqrt[3]{\frac{2x^2 \cdot y^5}{3z^3}}$$

3. Pasa a forma algebraica las siguientes expresiones:

$$\log A = 2 \log 3 - 2 \log x + 3 \log y - \log z$$

$$\log B = \log(2x - 2y) + \log(x - 2y)$$

4. Escribe en forma de potencia las siguientes expresiones:

a. $4x^2 \cdot 3x^4$

b. $x^{-3} \cdot \sqrt[3]{x^2}$

c. $\frac{2}{\sqrt{2x}}$

d. $\frac{3x+1}{\sqrt[3]{3x+1}}$

e. $\sqrt{\sqrt[3]{2x}}$

5. Ordena de menor a mayor los siguientes números:

$$\frac{25}{8}, \frac{256}{81}, \frac{22}{7}, \frac{377}{120}$$

6. Representa en la recta real los siguientes intervalos y semirrectas:

a. $(3,5)$

b. $(4,6]$

c. $(3,\infty]$

d. $(-\infty,-2]$

7. Representa los siguientes conjuntos de números en la recta real:

e. $|x| = 3$

f. $|x| < 3$

g. $|x| > 3$

h. $|x| \geq 3$

Tema 2. Expresiones algebraicas

1. Dados los polinomios $A(x) = -2x^3 + 3x^2 - 2x - 1$, $B(x) = 3x^3 - x^2 + 2$ y $C(x) = -x^3 + 2x - 4$.
Calcula:

$A(x) + B(x) + C(x)$

$A(x) - 2B(x) - C(x)$

$-3A(x) + B(x) + 4C(x)$

2. Realiza los siguientes productos:

$(2x^2 - 3x + 5) \cdot (-3x + 2)$

$(-x^3 + x^2 - 2) \cdot (-3x^2 - 4)$

3. Opera y simplifica las siguientes expresiones algebraicas:

a. $2 \cdot (x^2 - 1)^2 - 4x \cdot (2x^2 + 3x - 1)$

b. $-4 \cdot (2x - 3) \cdot (2x + 3) + 3 \cdot (2x - 3)^2$

4. Realiza la siguiente división:

$(-3x^4 + 11x^3 - 14x^2 + 19x - 8) : (3x^2 - 2x + 5)$

5. Realiza las siguientes divisiones aplicando el método de Ruffini:

$(4x^4 - 3x^3 + 3x^2 + x - 5) : (x + 2)$

$(2x^5 - x^3 + 2x - 1) : (x - 3)$

6. Factoriza los siguientes polinomios:

$x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

$x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 4$

$x^3 - x^2 - 5x - 3$

7. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

$\frac{2x^2 - 7x + 3}{3x^2 - 4x - 15}$

$\frac{3x^3 - 6x^2 + 3x}{2x^3 + 2x^2 - 10x + 6}$

$\frac{4x^3 + 3x^2 - 25x + 6}{x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6}$

8. Opera las siguientes fracciones algebraicas:

$\frac{2}{x-1} + \frac{3}{x+1} + \frac{6}{x^2-1}$

$\frac{x-1}{2x+1} \cdot \frac{2x^2-5x-3}{x^2-1}$

$\left(1 + \frac{x-2}{x+2}\right) : \frac{x}{x^2-4}$

Tema 3. Ecuaciones e Inecuaciones

1. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado:

a. $\frac{x}{3} + \frac{2x}{5} - \frac{4x}{15} = 1 + \frac{22x}{15}$

b. $\frac{2x+5}{5} = 2+x - \frac{x+3}{3}$

c. $\frac{5x-2}{4} - \frac{7x-3}{8} = \frac{x-1}{2}$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a. $10x^2 + 11x - 6 = 0$

b. $-25x^2 + 25x - 4 = 0$

c. $(2x-1) \cdot (3x+1) = 6$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones de grado mayor que dos:

a. $6x^3 + 13x^2 - 4 = 0$

b. $12x^3 - 19x^2 + 8x - 1 = 0$

c. $4x^2 - 5x^2 + 1 = 0$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones irracionales:

a. $x + \sqrt{x} = 132$

b. $2x - 3 + \sqrt{2x+3} = 6$

c. $2x - 1 - \sqrt{6x^2 - 12x + 7} = 0$

d. $3 \cdot \sqrt{3x-1} = 2 \cdot \sqrt{3(2x-1)}$

5. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

$4^{2x-1} = 64$

$2^{2x^2-3x} = 4$

$3^{x+1} + 3^{x-1} = 30$

6. Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

$5 \log x = 10$

$\log(x-27) = \log x - 1$

7. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a. $x + \frac{x-1}{5} \geq 2x - \frac{3-x}{2}$

b. $2x^2 - 11x + 5 \geq 0$

c. $\frac{2x+4}{x+3} \leq 0$

8. Un compuesto farmacéutico tiene una quinta parte de de cloruro sódico, una cuarta parte de tricetol, la mitad de bencidamina y 25 mg de excipiente. Calcula el peso en mg del compuesto.

9. La suma de dos números es 22 y la suma de sus cuadrados es 274. Halla ambos números.

Tema 4. Sistemas de Ecuaciones e Inecuaciones.

1. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

$$\text{a. } \begin{cases} 3x + 4y = -5 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$$

$$\text{b. } \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ -8x + 12y = 7 \end{cases}$$

2. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones no lineales:

$$\text{a. } \begin{cases} x + y = 4 \\ xy = 3 \end{cases}$$

$$\text{b. } \begin{cases} 2x + y = 5 \\ 2x^2 + 3xy = 14 \end{cases}$$

3. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales mediante el método de Gauss:

$$\text{a. } \begin{cases} x + 2y - z = -5 \\ x + 4y + z = -5 \\ x + 3y + z = -3 \end{cases}$$

$$\text{b. } \begin{cases} x + 3y - 2z = -6 \\ 2x - 3y + 5z = 6 \\ -x + 3y + 2z = 0 \end{cases}$$

$$\text{c. } \begin{cases} -x + 3y + 2z = 1 \\ x - 4y + 3z = 15 \\ 2x - y + 4z = 17 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 2x - 3y + 3z = 1 \\ x - 2y + z = 1 \\ -x + y - 2z = -1 \end{cases}$$

$$\text{e. } \begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ -x + y - 2z = -1 \\ 2x - 3y + 3z = 2 \end{cases}$$

4. La suma de las edades de tres amigos es 52 años. Se sabe que Juan y Eva tienen la misma edad, y que la suma de las edades de Eva y Ana es 35 años. Calcula las edades de los tres.

5. Un almacenista trabaja con tres tipos de televisores, A, B y C. Cada televisor de tipo A le cuesta 180 €; el del tipo B, 90 €, y el del tipo C, 30 €. Un pedido de 100 unidades tiene un importe total de 8700 €. Determina el número de televisores pedidos de cada clase sabiendo que el número de televisores de tipo C es doble que el de tipo A.

6. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones lineales y obtén los puntos que delimitan el recinto solución:

$$\text{a) } \begin{cases} x \leq 5 \\ x - y \geq 1 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + 2y \leq 10 \\ x \leq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Tema 5. Funciones.

1. Halla el dominio de las siguientes funciones:

a. $f(x) = 2x^2 + 1$

b. $f(x) = \frac{3}{x-2}$

c. $f(x) = \frac{x}{x^2 - 9}$

d. $f(x) = \sqrt{x+3}$

e. $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$

f. $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x}$

g. $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 - 1}$

h. $f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x^2 + 3x - 4}$

2. Estudia la simetría de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$

b) $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$

c) $f(x) = e^{x+2}$

d) $f(x) = x^3 - 3x$

3. Representa gráficamente las siguientes funciones definidas a intervalos:

a. $f(x) = \begin{cases} 2-x & \text{si } x \leq -2 \\ x^2 + 1 & \text{si } -2 < x < 2 \\ 5 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

b. $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si } x \leq -2 \\ x^2 + 1 & \text{si } -2 < x \leq 2 \\ 2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

4. Representar las siguientes funciones en valor absoluto.

a. $y = |x^2 - 4|$

b. $y = |x + 2|$

c. $y = |x^2 - 4x + 3|$

Tema 6. Límites y Continuidad.

1. Calcula los siguientes límites de funciones polinómicas:

a. $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 2x + 1)$

b. $\lim_{x \rightarrow 0} (x^4 + x - 3)$

c. $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - 3x + 2)$

d. $\lim_{x \rightarrow \infty} (4 - x^2)$

e. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 + 3)$

f. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3 + 5)$

2. Calcula los siguientes límites de funciones racionales:

a. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 1}{x - 1}$

b. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 - x^3 + 3x}{x^2 - x}$

$$c. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + 3}$$

$$d. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 4}{x + 1}$$

3. Calcula los límites laterales de las siguientes funciones en los puntos en que no están definidas. ¿existe el límite de la función en dichos puntos?

$$a. y = \frac{3}{x-2}$$

$$b. y = \frac{x^2 - 3x}{x^2 + x}$$

4. Calcula los siguientes límites de funciones irracionales:

$$a. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{1-\sqrt{x}}$$

$$c. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 4} - x)$$

$$b. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x-2}$$

$$d. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - x)$$

5. Estudiar la continuidad de las siguientes funciones:

$$a. f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{si } x < 0 \\ x-1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

$$b. f(x) = \begin{cases} 2-x^2 & \text{si } x < 1 \\ x^2-x+1 & \text{si } 1 \leq x < 3 \\ x^2-4 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

$$c. f(x) = \begin{cases} x^2-2 & \text{si } x < 2 \\ \sqrt{x+2} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

6. Calcula el valor de a para el que la función es continua en todo \mathbb{R} .

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + a & \text{si } x < 3 \\ 4x + 1 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

Temas 7. Derivadas. Cálculos y Operaciones.

1. Halla la derivada de las siguientes funciones en los puntos que se indica:

$$a. f(x) = 3x + 2 \quad \text{en } x = 2 \text{ y } x = -1$$

$$b. f(x) = x^2 - 1 \quad \text{en } x = 0 \text{ y } x = 3$$

$$c. f(x) = \frac{x}{x+1} \quad \text{en } x = -2 \text{ y } x = 2$$

$$d. f(x) = \sqrt{x} \quad \text{en } x = 1 \text{ y } x = 4$$

2. Halla la ecuación de la recta tangente a $f(x) = x^2 + 2x - 1$ en el punto de abscisa $x = 1$.
3. Halla el punto de corte con el eje OX de la recta tangente a $f(x) = x^2 - 2x$ en el punto de abscisa $x = 1$.
4. ¿En qué punto de la gráfica de la función $f(x) = x^2 - 5x + 8$ la recta tangente es paralela a la bisectriz del primer cuadrante?. Escribe la ecuación de dicha recta tangente.
5. Calcula las derivadas de las siguientes funciones.

a. $y = 5 \operatorname{arctg} x$

b. $y = 3 \cos x$

c. $y = 2 \operatorname{arcsen} x$

d. $y = \sqrt[4]{x^5}$

e. $y = \frac{2x}{\sqrt{x}}$

f. $y = x^2 \sqrt{x}$

g. $y = x^3 - 3x^2 + 4x - 2$

h. $y = (x^3 - 4x^2 + 1)^2$

i. $y = \frac{1}{x+3}$

j. $y = \frac{3}{x^2 - 1}$

k. $y = \frac{2}{(x^2 - 3)^3}$

l. $y = e^{2x+7}$

m. $y = 3e^{1-x^2}$

n. $y = 3^{\operatorname{tg} x}$

o. $y = \ln(x^3 - x^2)$

p. $y = \ln(\cos x)$

q. $y = \ln(x^2 + \operatorname{sen} x)$

r. $y = \operatorname{sen}(x+5)$

s. $y = \cos(x^2 - 1)$

t. $y = \operatorname{sen}(\operatorname{sen} x)$

u. $y = \operatorname{arcsen}(x^2 - 1)$

v. $y = \operatorname{arctg} \frac{1+x}{1-x}$

w. $y = (x^2 - 2) \cdot e^{x^2+1}$

x. $y = (1+x^2) \cdot \operatorname{arctg} x$

y. $y = \cos x \cdot \ln(\operatorname{tg} x)$

z. $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1}$

aa. $y = \frac{x}{x^2 - 1}$

bb. $y = \frac{e^x + x}{e^x - x}$

cc. $y = (x^2 + 1)^x$

dd. $y = (\operatorname{sen} x)^{x+1}$

ee. $y = (\operatorname{tg} x)^{\cos x}$

Tema 8. Monotonía y Curvatura.

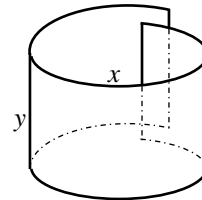
1. Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de las siguientes funciones y calcula sus extremos relativos.

a. $f(x) = x^3 - 12x$

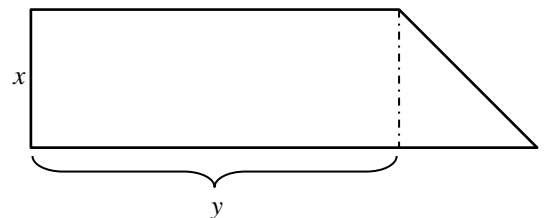
b. $f(x) = \frac{x^2}{2x - 2}$

- Estudia la curvatura de la función $f(x) = \sqrt{x-3}$ y determina sus puntos de inflexión.
- Halla los máximos, mínimos y puntos de inflexión, si los tiene, de la función $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$. Determina sus intervalos de crecimiento y decrecimiento y estudia su curvatura.

- Halla la base x y la altura y de una cartulina rectangular de perímetro 60 cm que, al dar la vuelta completa a un lado vertical, genera un cilindro de volumen máximo.



- Una figura de 4m de perímetro está formada por un rectángulo al que se encuentra adosado un triángulo rectángulo isósceles, siendo el lado común uno de los catetos. ¿Cuáles deben ser las dimensiones de esta figura para que su área sea máxima?



- Se quiere construir un marco para una ventana de 6 m² de superficie. El metro lineal del tramo horizontal cuesta 24 euros y el del tramo vertical 36 euros el metro. Calcula las dimensiones que debe tener la ventana para que el coste del marco sea mínimo. ¿Cuál es dicho coste?

- Durante el año pasado, el número de enfermos de gripe en una determinada ciudad vino dado por la función $f(t) = 30t^2 - t^3$, donde t representa el número de días transcurridos desde el 1 de enero.

- ¿Cuánto tiempo duró el virus de la gripe ese año?
- ¿En qué períodos creció y decreció el número de enfermos?
- ¿Cuántos enfermos hubo el día en que la gripe afectó a más personas?

Temas 9. Estudio y Representación de Funciones.

- Halla las asíntotas de la función $f(x) = \frac{1-x}{x+2}$ y comprueba si en algún caso la asíntota corta a la gráfica de la función, calculando el punto de corte.

2. Halla las asíntotas de la función $f(x) = \frac{x+1}{x^2+1}$ y comprueba si en algún caso la asíntota corta a la gráfica de la función, calculando dicho punto de corte.

3. Representa gráficamente las siguientes funciones:

a) $y = x^3 + x$

b) $y = x^3 - 6x^2 + 9x$

c) $y = x^4 - 4x^2$

d) $y = \frac{x^2+1}{x}$

e) $y = \frac{1}{x^2+1}$

f) $y = \frac{x^2}{x^2+1}$

g) $y = \frac{1}{x^2-1}$

h) $y = \frac{x}{x^2-1}$

i) $y = \frac{4x}{x^2+4}$

Tema 10. Probabilidad

1. Sean los sucesos A y B asociados a un experimento aleatorio. Si se sabe que $p(A)=0,6$, $p(B)=0,4$ y $p(A \cup B) = 0,75$, calcula las siguientes probabilidades:

a) $p(\bar{A})$

c) $p(A \cap B)$

e) $p(\bar{A} \cup \bar{B})$

b) $p(\bar{B})$

d) $p(A \cap \bar{B})$

f) $p(\bar{A} \cap \bar{B})$

2. Sean A y B dos sucesos de un espacio muestral, con $p(A)=0,55$ y $p(B)=0,3$. Calcula en cada caso las probabilidades de los sucesos $A \cup B$ y $A \cap B$ si:

a) A y B son incompatibles

b) Si A y B son independientes

c) Si $p(A/B) = 0,6$

3. En un centro educativo en el que el 60% de los alumnos son chicas, participan en actividades deportivas el 30% de los chicos y el 20% de las chicas. Si se elige al azar un alumno, calcula la probabilidad de que:

a) Sea chico y no participe en actividades deportivas

b) Participe en actividades deportivas

c) Seda chica si se sabe que participa en actividades deportivas

4. Tres máquinas A, B y C fabrican tornillos. En una hora, la máquina A produce 600 tornillos de los cuales el 1% es defectuoso, la máquina B produce 300 y el 2% es defectuoso, y la máquina C produce 100 y de ellos el 35 es defectuoso. En cada hora se juntan todos los tornillos producidos y se elige uno al azar. Calcula la probabilidad de que:

a) Sea defectuoso

b) Haya sido fabricado por la máquina C sabiendo que es defectuoso

5. En una ciudad el 75% de sus habitantes toma sus vacaciones en verano, de los cuales el 12% viaja al extranjero. El 92% de los que no toman las vacaciones en verano elige un destino nacional. Si se elige un ciudadano al azar, calcula la probabilidad de que:

a) Viaje al extranjero en verano

b) Esté de vacaciones en verano, si se sabe que viajó al extranjero

Temas 11. Distribuciones discretas. Distribución Binomial.

1. En un grupo de 10 alumnos de un centro educativo se ha comprobado que cada uno de ellos falta a clase el 5 % de los días. Calcular la probabilidad de que un día determinado:

a) No se registre ninguna ausencia.

b) No asista a clase ningún alumno.

c) Falte a clase un único alumno.

d) Falten a clase más de 5 alumnos.

e) Falten a clase menos de 3 alumnos.

f) Obtener la media, varianza y desviación típica de esta distribución

Binomial.

2. Una prueba de inteligencia está compuesta por 10 preguntas, cada una de las cuales tiene cuatro respuestas, siendo sólo una de ellas correcta. Un alumno tiene prisa por acabar la prueba y decide contestar al azar. Se pide:

a) Probabilidad de acertar exactamente cuatro preguntas.

- b) Probabilidad de no acertar ninguna.
- c) Probabilidad de acertar todas.
- d) Probabilidad de acertar al menos ocho.
- e) Probabilidad de acertar a lo sumo tres.
- f) Obtener la media, varianza y desviación típica de esta distribución

Binomial.

3. Un proveedor suministra lotes de materia prima de los que el 5% resulta defectuoso. De una gran partida se seleccionan al azar 6 lotes. Calcula:

- a) La probabilidad de que al menos 1 sea defectuoso
- b) La varianza del número de lotes defectuosos, para una partida de 200 lotes

4. Un sistema eléctrico está formado por 6 componentes independientes. La probabilidad de que falle uno cualquiera de los componentes es 0,15. Halla la probabilidad de que:

- a) No falle ninguno
- b) Fallen exactamente 3 componentes
- c) Fallen como mucho 2 componentes

5. En un centro educativo, el 25% de los alumnos está inscrito en alguna actividad extraescolar. Si elegimos al azar 15 alumnos de este centro, calcula la probabilidad de que:

- a) Ninguno participe en actividades extraescolares
- b) Entre 6 y 8 participen en actividades extraescolares
- c) Como mucho 4 participen en actividades extraescolares

Tema 12. Distribuciones continuas. Distribución Normal.

1. Se ha aplicado a 300 alumnos de un instituto un test de agresividad y se ha observado que se distribuyen normalmente con una media de 30 y desviación típica de 12. Se pide:
 - a) ¿Qué proporción de alumnos tendrá una puntuación en dicho test entre 20 y 35?
 - b) ¿Cuántos alumnos tendrán una puntuación superior a 42?

2. Los pesos de los individuos de una población se distribuyen normalmente con una media de 70 kg y desviación típica de 6 kg. De una población de 2000 personas, calcular cuántas personas tendrán un peso entre 64 y 76 kg.

3. La venta diaria, sin contar fines de semana, de teléfonos móviles en un centro comercial sigue una distribución normal de media 15 y desviación típica 4. En un día elegido al azar, calcula la probabilidad de que se vendan:

a) Más de 21 teléfonos

b) Menos de 7

c) Al menos 17

d) Entre 11 y 19 teléfonos

4. El voltaje de la corriente eléctrica que llega a un domicilio tiene una distribución normal de media 220 voltios y desviación típica 1,5 voltios. Calcula la probabilidad de que una medida del voltaje tomada al azar:

a) Sea menor que 221 voltios

b) Esté comprendida entre 215 y 222 voltios

c) Supere el límite establecido en 230 voltios para que salte el diferencial

5. La duración de las llamadas de teléfono en una oficina comercial sigue una distribución normal de media 40 s y varianza 100 s^2 . Calcula el porcentaje de llamadas:

a) Que supere el minuto

b) Cuya duración está comprendida entre 30 y 45 s

